

ERICH HOFFMANN
Instytut Nasiennictwa i Uprawy
Halle (NRD)

OPRACOWANIE WYNIKÓW DOŚWIADCZEŃ POŁOWYCH PRZY POMOCY FUNKCJI MATEMATYCZNYCH

(Część II)¹

Przedstawienie wyników doświadczeń polowych w formie funkcji matematycznych pozwala na:

- 1) ilościowe ujęcie działania czynników zwiększających plony,
- 2) zbadanie warunków zmieniających to działanie,
- 3) określenie optimum przy stosowaniu danego czynnika,
- 4) ustalenie maksymalnego efektu i obliczenie minimalnego kosztu.

W pracy tej przedstawione są zasady matematycznego ujęcia wyników doświadczeń polowych. Przykłady te wzięte są z 15 000 doświadczeń przeprowadzonych w NRD przez DAL² w latach 1954—1960.

1. Analiza jednoczynnikowej serii doświadczeń

W celu zbadania działania wzrastających dawek nawożenia azotowego wykonano w przeciągu 3 lat 73 doświadczenia z kukurydzą na silos. Dawkę nawozu stosowano w pięciu poziomach (0, 60, 80, 100 i 120 kg/ha). Analizy wyników dokonał Kämmerer (2) wykazując, że modelem matematycznym zależności plonu suchej masy z 1 ha (Y') od nawożenia azotowego (N) jest trójmian kwadratowy następującej postaci:

$$Y' = 62,88 + 0,186 N - 0,0079 N^2 \quad B = 98,9\%$$

Wzięte tu są średnie wyniki wszystkich poziomów nawożenia. Jako najwyższą wydajność — średnio dla wszystkich doświadczeń — otrzymuje się stąd 73,2 q/ha przy nawożeniu 117 kg/ha.

Równanie to dowodzi, że przy operowaniu średnimi dla różnych stopni nawożenia w różnych warunkach egzogenicznych otrzymujemy jedynie niewielkie malejące przyrosty plonu.

Doświadczenia wykazują duże wahania wydajności, tak że trudno ustalić jest bardziej ogólne wnioski o działaniu nawożenia.

Pewne wnioski wynikają z grupowania doświadczeń, ze względu na niektóre czynniki. Potworzono tu grupy dla każdego z 3 lat w 4 okręgach

¹ Część I — Zagadnienia Ekonomiki Rolnej nr 2/1963.

² Niemiecka Akademia Nauk Rolniczych w Berlinie. (*Deutsche Akademie der Landwirtschaftswissenschaften*).

produkcyjnych, dla 3 klas jakości gleby, dla 3 terminów siewu i 3 stopni kwasowości gleby.

Dały się przy tym stwierdzić pewne prawidłowości, mimo że przy grupowaniu, ze względu na pewien czynnik, inne czynniki nie są rozłożone równomiernie.

Przy analizie funkcyjnej dają się tu zauważyć dwa różne kierunki wpływające na nawożenie związane z przedstawionymi w tabeli 1 plonami krańcowymi każdej grupy.

Tabela 1

Plony krańcowe podzielone na grupy serii doświadczeń ze stopniowanym nawożeniem azotowym dla kukurydzy w kg/ha
(obliczone przez Kämmerera)

Wyszczególnienie	Licz- ba doś- wiad- czeń	Poziom nawożenia				Obliczone maxi- mum	
		60	80	100	120	nawoże- nia	zbioru
Przeciętna wszystkich doświadczeń	73	9	6	3	—0,4	117	73,76
a) przy grupowaniu wg jakości gleby (w punktach)							
do 30	22	13	10	6	2	133	67,79
31—50	23	6	3	1	—1	111	67,61
ponad 50	28	8	5	1	—2	107	83,73
b) przy grupowaniu wg stopnia kwa- sowości							
do 5,5	20	5	2	—1	—4	94	66,98
5,6—6,5	22	10	7	4	1	130	74,55
ponad 6,5	28	11	8	5	2	134	80,38
c) przy grupowaniu wg średniej wysokości plonów							
do 55,0 q/ha	15	9	8	6	4	167	45,33
55,1—70,0 „	19	6	5	4	3	(204)	66,55
70,1—85,0 „	19	8	5	1	—2	106	80,11
ponad 85,0 „	20	12	6	0,2	—6	101	98,70

Plony krańcowe maleją w miarę wzrostu nawożenia liniowo, co odpowiada zależności kwadratowej. Są one wyraźnie większe dla gleb niższych klas (tab. 1 — a). Dla gleb średnich plony krańcowe odbiegają nieco od wartości stałej; jest to spowodowane różnymi warunkami klimatycznymi. Maksimum przesunęło się przy lepszych gruntach na wyższe dawki nawozu przy niższym poziomie plonów.

Mniejsza efektywność nawożenia azotowego na lepszych glebach jest — być może — wynikiem ich większych zasobów azotu albo też wyni-

kiem innych sprzyjających czynników; nie można tego na podstawie badanego materiału określić, ponieważ doświadczenia nie były rozłożone równomiernie na glebach różnych jakości. W każdym razie działa tu szereg sprzyjających czynników zastępujących nawożenie; powodują one zmniejszanie się plonów krańcowych przy zbliżaniu się do maksymalnej wydajności w podobny sposób, jak wzrost nawożenia azotowego. Krzywe wydajności nawożenia azotowego dla różnych jakości gleb zdążają do maksymalnej wartości; ich przebieg jest zmieniany przez lepsze warunki glebowe zastępujące nawożenie azotowe.

Właściwości gleby mierzone stopniem kwasowości nie są tu jednak przyczyną tego działania gleby, mimo że lepsze gleby posiadają wyższy stopień kwasowości. Jednakże dla gleb o niskim stopniu kwasowości występują niższe wartości przyrostów krańcowych. Istotne działanie nawożenia azotowego występuje jedynie na glebach o liczbie kwasowości ponad 5,5 (tab. 1 — b). Przy niskiej kwasowości działanie azotu jest hamowane. Działanie nawozu jest więc wyraźnie zwiększone przez dogodny zakres kwasowości gleby. Na skutek zatem łącznego oddziaływania nawożenia azotowego i kwasowości gleby krzywe wydajności nawożenia azotowego przebiegają — w trzech zakresach kwasowości gleby — zbieżnie do maksymalnej wydajności.

Grupowanie ze względu na wydajność (tab. 1 — c) wykazuje jednocześnie występowanie współzmienności substytucyjnej i kumulatywnej. Przy niskim nawożeniu azotowym zwiększają się wartości plonów krańcowych przy wzroście wydajności, ponieważ dochodzą wtedy bardziej do głosu czynniki zwiększające działanie nawożenia (pogoda, kwasowość itd.). Przy wyższym nawożeniu azotowym występuje to samo dla czynników o działaniu substytucyjnym. Założenie, że przy dużej wydajności gleba traci dużo azotu, wyjaśnia częściowo zmniejszenie się plonów krańcowych i depresję dużych dawek azotu przy wysokiej wydajności.

Gospodarcza interpretacja tej analizy oparta jest na wielkościach plonów krańcowych. Jeśli ma być osiągnięta maksymalna nadwyżka dochodu (U) ponad zmienne koszty przy cenie (P), to z

$$U = Y \cdot P_y - X \cdot P_x \rightarrow \max$$

wynika równość:

$$\frac{dY}{dX} = \frac{P_x}{P_y}$$

Jeżeli się przyjmie stosunek cen nawozu do suchej masy kukurydzy na silos jako 1:5, to nadwyżka (wolna od kosztów nawożenia) osiągnie swe maksimum przy plonie krańcowym równym 5.

Z tabeli 1 widać, że w większości wypadków przyrost plonu spowodowany dawką ponad 100 kg azotu znajduje się poniżej gospodarczego minimum oraz, że przy kwasowości poniżej 5,5 już nawożenie 60 kg przewyższa optimum; zwiększanie nawożenia jest tu nierentowne, chyba że polepszona zostanie kwasowość gleby.

Wyniki doświadczeń nawożenia azotowego dają się lepiej uchwycić przy pomocy funkcyjnych przedstawień zależnych od innych współdziałających czynników.

Jeżeli uzyskane wyniki byłyby tylko potwierdzeniem znanych praktykom spostrzeżeń, to przedstawienie funkcyjne daje możliwość ich ilościowego ujęcia. Przy takim badaniu można ściśle ustalić optymalne dawki nawożenia w zależności od specyficznych warunków lokalnych oraz obowiązujących cen.

2. Funkcyjna interpretacja dwuczynnikowej serii doświadczeń

Seria 24 doświadczeń z kukurydzą, wykonanych w jednym roku w różnych miejscowościach, obejmowała 3 różne ilości wysiewu i 4 poziomy nawożenia azotowego.

Przy każdej z możliwych 12 kombinacji plony zostały tu wypośredkowane dla doświadczeń całej serii. Przy dużym udziale zmian związanych z rejonizacją okazały się tu istotne różnice w ilości nawożenia i wysiewu; dało się również zauważyć występowanie współzmienności pomiędzy tymi czynnikami a rejonami. Nie było natomiast współzmienności pomiędzy ilością wysiewu a nawożeniem. Wobec tego możliwe było uzyskanie funkcji wyrażającej zależność produkcji od tych dwóch czynników.

Funkcja ta ma następującą pierwiastkowo-kwadratową postać:

$$Y' = -24,5755 - 0,0424456 N + 1,9703979 \sqrt{N} - 0,57547175 M + 13,430798 \sqrt{M}$$

$$R = 0,9974$$

Y oznacza tu ilość suchej masy w q/ha,

N — nawożenie azotowe w kg/ha,

M — wysiew w kg/ha.

Wysoki współczynnik korelacji wielorakiej tej funkcji oraz brak członu iloczynowego zmiennych potwierdza przypuszczenie, że oba te czynniki zdążają do najwyższej wartości plonu leżącej poza zaobserwowanymi danymi.

Wielkości współczynników mówią, że wraz z ilością wysiewu plon początkowo szybko rośnie, ale i szybko zbliża się do wartości maksymalnej, podczas gdy nawożenie daje stosunkowo mniejsze przyrosty plonu nie zmniejszające się wyraźnie przy wysokich — leżących w zakresie objętym doświadczeniami — dawkach.

Najwyższy plon obliczony z tej funkcji wynosi 76,66 q/ha, przy 136 kg/ha wysiewu i 539 kg/ha dawce azotu.

Wobec wolnego wzrostu funkcji pierwiastkowej w pobliżu jej maksimum, obliczona dawka nawożenia leży poza praktycznymi możliwościami. Otrzymaną funkcję wykorzystuje się więc raczej do obliczania przyrostów krańcowych i określania podstawień w celu uzyskania optymalnych dawek przy obowiązujących aktualnie cenach.

Jako gospodarcze optimum przyjmuje się nadwyżkę (U) dochodu ponad zmienne wydatki (wolny od kosztów plon):

$$U = y'P_y - (NP_n + MP_m) \rightarrow \max.$$

W równaniu tym jako y' wstawiamy wartości z obliczonej funkcji. Po obliczeniu pochodnych cząstkowych i przyrównaniu ich do 0, otrzymujemy:

$$\frac{y'}{M} = \frac{P_m}{P_y} \text{ i } \frac{y'}{N} = \frac{P_n}{P_y}$$

W tabeli 2 podajemy wartości obliczone z otrzymanej funkcji dla 3 różnych relacji cen.

Tabela 2

Maksimum nadwyżki pieniężnej i optymalne kombinacje ilości wysiewu i nawożenia przy różnych stosunkach cen

Relacje cen	I	II	III
Ceny dla Y (P_y) DM	20,00	20,00	15,00
„ „ M (P_m) DM	0,80	0,50	0,80
„ „ N (P_n) DM	1,00	1,20	1,00
Y q/ha	69,65	68,65	67,58
N kg/ha	114	92	82
M kg/ha	119	125	114
Maksymalna nadwyżka pieniężna DM/ha	1183,80	1198,16	840,50

Tabela ta pokazuje, jak przy jednakowych cenach plonu, ale różnych cenach badanych czynników, względnie przy różnych cenach plonu i jednakowych cenach czynników zmieniają się zarówno optymalne kombinacje tych czynników, jak i wartość plonu, przy którym uzyskiwana jest największa nadwyżka na pokrycie wszystkich pozostałych kosztów produkcji. Ponieważ kilogram materiału siewnego jest tańszy od kilograma nawozu i funkcja ilości wysiewu ma bardziej stromy wzrost od funkcji nawożenia, koszt przyrostu plonu jest tańszy przy zwiększaniu wysiewu, aż do osiągnięcia określonego optimum wysiewu.

Doświadczenie wykazuje jednakowe plony przy różnych kombinacjach ilości wysiewu i nawożenia. Na liniach stałego plonu należy wtedy wyznaczyć kombinację o minimalnych kosztach, zależną od stosunku cen dla tych dwóch czynników. Kombinacja taka zmienia się również wraz z wysokością plonu. Np. dla I relacji cen otrzymujemy następujące kombinacje o minimalnych kosztach:

	Wysiew kg/ha	Wzrost	Nawożenie kg/ha	Wzrost
Dla plonu 58 q/ha	67		44	
„ „ 68 q/ha	106	+60%	97	+120%

Ponieważ cena nawozu jest wyższa od ceny nasion, zwiększenie nawożenia jest — przy małej wydajności — mniej ekonomiczne od zwiększenia ilości wysiewu. Dla zwiększenia plonu o 10 q/ha wystarcza przy

tym zwiększenie wysiewu o 60%, podczas gdy zwiększenie nawożenia musi być aż o 120%. Wzrost plonu jest osiągalny zatem przy wysokiej wydajności w sposób bardziej ekonomiczny przez wzrost nawożenia, ponieważ szybko maleje wzrost osiągany przez zwiększanie wysiewu, podczas gdy działanie nawozu spowoduje mniejszą obniżkę przyrostu plonu.

Przykład ten pokazuje sposób ekonomicznej analizy przy doświadczeniach zaplanowanych dwuczynnikowo. Przy podziale doświadczeń według innej cechy można badać wpływ tej cechy w połączeniu z czynnikami badanymi w doświadczeniu.

Daną serię doświadczeń można zgrupować ze względu na dalsze oddziaływające na plon czynniki, które w pojedynczym doświadczeniu uważane za stałe, w serii doświadczeń stają się zmiennymi. Wzięto np. pod uwagę czas wysiewu i utworzono 2 grupy z 14 i 10 doświadczeniami i obliczono różnice średnich plonów w poszczególnych kombinacjach.

Pomimo niewyeliminowania przy tworzeniu grup innych oddziaływających na plon czynników, można było tu ustalić wyraźną tendencję współzmienności pomiędzy czasem wysiewu a ilością wysiewu i ilością nawożenia. Jako wartości średnie dla tych obu grup czasu wysiewu okazały się: terminy siewu 23. V. i 15. IV., plony — 70,0 i 48,9 q/ha; zniżka plonu wynosiła zatem 92 kg/ha za każdy dzień opóźnienia. Dla poszczególnych badanych kombinacji zachodziły następujące różnice (tabela 3):

Tabela 3

Obniżka plonu w kg/ha za każdy dzień opóźnienia wysiewu

Dawka nawożenia azotowego — kg/ha	Ilość wysiewu w kg/ha		
	60	90	120
0	58	69	79
60	94	104	107
100	89	89	109
140	92	88	123

Różnice wzrastają wyraźnie tak z ilością wysiewu, jak i z przyrostem nawożenia. Opóźnianie wysiewu powoduje zatem słabsze działanie zwiększonej ilości wysiewu i zwiększonego nawożenia. Porównanie różnic średnich wartości w grupach czasu wysiewu z wartościami funkcji całej serii wykazuje dalej, że obniżka plonu spowodowana opóźnieniem czasu wysiewu jest większa od podwyżki plonu spowodowanej przyspieszeniem czasu wysiewu; czynnik „czas wysiewu” wykazuje więc również tendencję zniżkową przyrostu plonu.

Dla utworzenia funkcji nie wystarczy tu przeprowadzona ilość doświadczeń. Można jednak uwzględnić w ekonomicznych obliczeniach współzmiennosc czasu wysiewu, ilości wysiewu i wielkości nawożenia. Dla wczesnego i późnego wysiewu można ustalić różne funkcje, dające różne kombinacje o maksymalnej, wolnej od kosztów nadwyżce i o minimalnych kosztach, w następstwie współzmienności ilości wysiewu i nawożenia przez czas wysiewu.

3. Interpretacja współzmienności i obliczanie efektu dopełniającego

W obydwu omówionych przykładach nie występowała współzmiennność pomiędzy badanymi czynnikami, występowała natomiast silna współzmiennność pomiędzy stanowiskiem i innymi czynnikami wpływającymi na plony.

Kierunek i wielkość tego działania można określić na podstawie zmian przyrostu plonu przy różnych kombinacjach tych czynników. Za podstawę należy przy tym wziąć nie średnią działania jednego czynnika przy wszystkich stopniach drugiego, ale przyrosty plonu od stopnia do stopnia każdego czynnika przy wszystkich kombinacjach innych czynników.

Jeżeli dałyby się utworzyć funkcje dla tak przyjętych kombinacji czynników, to pokazałyby one, czy przebieg plonu krańcowego przy tych kombinacjach jest wzrastający czy malejący. Jeżeli plony krańcowe jednego czynnika wzrastają przy zwiększaniu drugiego czynnika, to mamy do czynienia z dodatnią współzmiennością; zachodzi tzw. kumulatywny efekt dopełniający. Działanie pierwszego czynnika zostaje tu polepszone przez kombinację z drugim czynnikiem; kombinacja taka jest więc gospodarczo korzystna. Jeśli zaś plony krańcowe przy kombinacji zmniejszają się, to mamy do czynienia z ujemną współzmiennością — zachodzi tu substytucyjny efekt dopełniający. Przy kombinacjach uzyskuje się wprawdzie zwiększenie plonu jak długo nie wystąpią ujemne plony krańcowe, ale działanie czynników jest osłabione i łączne ich działanie jest mniejsze niż zsumowane oddzielne działanie jednego i drugiego.

Również bez obliczania funkcji można rozpoznać kumulatywne i substytucyjne działanie dwóch czynników według różnic plonu przy przejściu od stopnia do stopnia każdego z tych czynników; a efekt dopełniający można wtedy ustalić w odpowiedniej tablicy. Przyrosty plonu występujące przy przejściu od stopnia do stopnia, odpowiadające jednostce czynnika, nazywamy plonami różnicowymi. Ich przebieg umożliwia podobne wnioskowanie, jak przebieg plonów krańcowych.

W wieloletnich doświadczeniach stacji badawczej Lauchstädt (2) była badana współzmiennność przedplonu i nawożenia. Wystąpiły tu w różnych latach i przy różnych uprawach tak kumulatywne, jak i substytucyjne związki pomiędzy tymi czynnikami. W tabeli 4 dla każdego z tych przypadków podano po jednym przykładzie.

Przy ujemnym efekcie dopełniającym, tzn. wtedy, kiedy zmniejsza się podnoszące plony działanie czynników przez ich kombinację, kierujemy się względami ekonomicznymi.

W przedstawionym przykładzie, przez wybranie lepszego przedplonu, zostało zmniejszone działanie nawożenia z 48 na 30 q/ha. Przy koszcie nawozu 150 DM i cenie buraków 5 DM największy plon wolny od kosztów nawożenia został osiągnięty przy ziemniakach jako przedplonie, ponieważ tu pieniężny plon różnicowy (30,5) jest równy kosztom czynników. Przy pszenicy jako przedplonie, pomimo silnego nawożenia, nie uzyskano wzrostu nadwyżki. Przy wyższej cenie buraków zwiększenie nawożenia mogłoby bardziej powiększyć zysk, aż do chwili, gdy wartość dodatkowego plonu równa by była wartości zwiększonego nawożenia.

Tabela 4

Efekt dopełniający pomiędzy przedplonem i nawożeniem**a) Związek kumulatywny**

Plon pszenicy w 1952 w q/ha (w zaokrągleniu)

Przedplony 1951	Pszenica	Ziemniaki	Plon różnicowy (dla przedplonu)
Bez pełnego nawożenia	30	34	4
Z pełnym nawożeniem	38	47	9
Plon różnicowy (dla nawożenia)	8	13	
Działanie łączne	47—30 = 17		
Lepszy przedplon sam	4		
Wyższe nawożenie samo	8		
	12		
Efekt dopełniający	+5	plony różnicowe każdego czynnika wzrastają przy kombinacji obu czynników	

b) Związek substytucyjny

Plon buraków cukrowych w 1948 w q/ha (w zaokrągleniu)

Przedplony 1947	Pszenica	Ziemniaki	Plon różnicowy (dla przedplonu)
Bez pełnego nawożenia	365	449	84
Z pełnym nawożeniem	413	479	66
Plon różnicowy (dla nawożenia)	48	20	
Działanie łączne	479—365 = 114		
Lepszy przedplon sam	84		
Wyższe nawożenie samo	48		
	132		
Efekt dopełniający	—18 plony różnicowe każdego czynnika obniżają się przy kombinacji obu czynników		

W serii doświadczeń, którą zanalizowali Kürten i Saalbach (3), nawożenie było częściowo wzmocnione obornikiem, a częściowo nie. Tabela 5 zawiera plony różnicowe dla obydwu czynników ustalone przez autorów.

W tym przypadku kombinacja nawożenia azotowego i obornika jest w każdym razie gospodarczo korzystna. Można jednak wykazać, że bez obornika, przy wysokich dawkach azotu, plon różnicowy tak się obniża, że przy cenie 1,09 DM nawozu mineralnego za 1 kg jeszcze wyższe nawożenie opłaca się przy cenach buraków i liści nie niższych niż 5,0 i 0,80 DM ($13 \cdot 0,05 + 55 \cdot 0,008 = 1,09$). Jeżeli przyjmiemy 130 DM jako cenę obornika, to maksymalny zysk osiągnie się przy dodatkowym plonie 25 q

Tabela 5

Zwiększenie nawożenia mineralnego i nawożenia obornikiem pod buraki cukrowe

a) Plony różnicowe na każdy kg nawozu azotowego

Przy nawożeniu mineralnym	Buraki w kg		Liście w kg		Liście i korzenie	
	bez obornika	z obornikiem	bez obornika	z obornikiem	bez obornika	z obornikiem
Pierwsze 80 kg (80—0)	44	72	71	99	115	161
Dalszych 40 kg (120—80)	32	62	80	123	112	185
Dalszych 40 kg (160—120)	13	48	55	92	68	140

b) Plony różnicowe dla obornika w q/ha przy różnym nawożeniu azotowym

Nawożenie azotowe w kg/ha	0	80	120	160
Buraki (korzenie)	—10	13	25	39
Liście	+2	16	33	46
Buraki i liście	—8	29	58	85

buraków i 20 q liści ($25 \cdot 5 + 20 \cdot 0,8 = 131$ DM). Otrzymaliśmy to w naszych doświadczeniach przy 100 kg azotu; zysk ten można przypuszczać nie jeszcze powiększyć przy wyższych dawkach nawozu mineralnego, gdy plony różnicowe dla obornika znowu zmaleją.

Dokładne obliczenie optymalnej kombinacji na podstawie badanej serii doświadczeń nie jest możliwe, ponieważ zawiera ona zbyt mało stopni dla wyznaczenia funkcji i nie obejmuje zakresu malejących plonów krańcowych dla obu czynników.

Z rachunku dla różnych poziomów nawożenia można wywnioskować czy czynniki te są w zależności kumulatywnej, czy też substytucyjnej. Ma to większe znaczenie niż ustalenie współzależności. Dokładne jednak ustalenie, czy i w jakiej kombinacji należy stosować czynniki o działaniu substytucyjnym, będzie możliwe dopiero przy wielostopniowej i wieloczynnikowej analizie.

4. Funkcyjna interpretacja analizy dużej liczby danych

Dane uzyskane przy dużej ilości doświadczeń, mających dać odpowiedzi na różne pytania, dają się wykorzystać do utworzenia zależności funkcyjnych. Przy danych z 8000 doświadczeń, dotyczących uprawy i plonów, można otrzymać związki zachodzące pomiędzy jakością gleby i plonami.

Jako dane, dotyczące plonów, można przyjąć średnie wyniki badanych zestawień; jakość gleby określa się według niemieckiej zasady klasyfikacji, wyrażającej procentowo jakość gleby w stosunku do gleby najwyższej wydajności.

W ten sposób zostało utworzone 10 klas, z których każda obejmuje 10 punktów. Średnie plony obliczone dla tych klas jakości gleby wykazują malejące — przy wzrastającej jakości gleby — przyrosty plonu. Dla różnych upraw występują różnice; ale w żadnym przypadku plony na glebach klas najwyższych jakości nie były niższe od plonów uzyskanych na glebach niższych klas. Należy więc przyjąć funkcję asymptotyczną, według regresyjnego modelu Cobb-Douglasa:

$$Y = a \cdot X^b$$

X jest tu liczbą określającą jakość gleby w punktach, a b jest tzw. współczynnikiem elastyczności, wyrażającym stosunek procentowej zmiany plonu do procentowego przyrostu liczby jakości gleby.

Dla $b = 1$ mamy proporcjonalny przyrost plonu (liniowy wzrost krzywej). Im mniejszy jest współczynnik elastyczności dla danej uprawy, tym mniejsza jest zależność plonu tej uprawy od jakości gleby. Dla pewnych upraw uzyskuje się lepszą zgodność ze wzorem regresyjnym, przy pominięciu gleb najwyższych jakości, ponieważ na lepszych gruntach wysokość plonu zależy bardziej od innych czynników niż od jakości gleby. W tabeli 6 podane są współczynniki elastyczności (b) i determinacji (B) dla kilku upraw, dla wszystkich klas jakości gleby oraz przy pominięciu wyższych klas. W przypadku jarego jęczmienia i ziemniaków, te ostatnie czynniki są bardziej miarodajne, ze względu na często występującą obniżkę plonu na lepszych glebach, spowodowaną przez nadmiar wilgoci.

Dla buraków cukrowych uprawa roli i jakość gleby są równie ważne i nie występuje pomiędzy badanymi czynnikami związek funkcyjny. Dla innych upraw nie ma jeszcze dokładnych danych. Na wykresie wyznaczone są dla każdego z 5 zbóż krzywe odpowiadające parametrom podanym w tabeli 6.

Tabela 6

Współczynniki elastyczności i determinacji w funkcji plonu i jakości gleby:

	Wartość	$Y = aX^b$			
		Wszystkie klasy		Bez najwyższych klas jakości gleby	
		b	B	b	B
Żyto	813	0,39724	90,3	0,45452	94,3
Pszenica ozima	657	0,28687	89,7	0,28033	89,7
Jęczmień ozimy	464	0,19183	76,2	0,24544	80,6
Jęczmień jary	632	0,21606	74,1	0,34670	91,6
Owies	753	0,19198	70,5	0,18623	51,9
Rzepak	525	0,16444	55,1	—	—
Wczesna kukurydza na silos	1093	0,15647	53,0	0,15160	49,2
Późna kukurydza na silos	400	0,27438	71,1	—	—
Ziemniaki	1928	0,10465	52,6	0,18482	77,3

Występują tu wyraźne różnice dla poszczególnych roślin, potwierdzające odpowiedniość zastosowanego modelu funkcyjnego. Stopień determinacji zmniejsza się w kolejności: żyto, pszenica, jęczmień ozimy, jęczmień jary, owies, kukurydza, rzepak i ziemniaki; również współczynniki elastyczności nieco maleją w tej samej kolejności. Oznacza to zmniejszanie się stromego wzrostu krzywych. Należy tu więc przyjąć, że wpływ jakości gleby jest tym większy, im mniejszy wpływ mają zabiegi agrotechniczne.

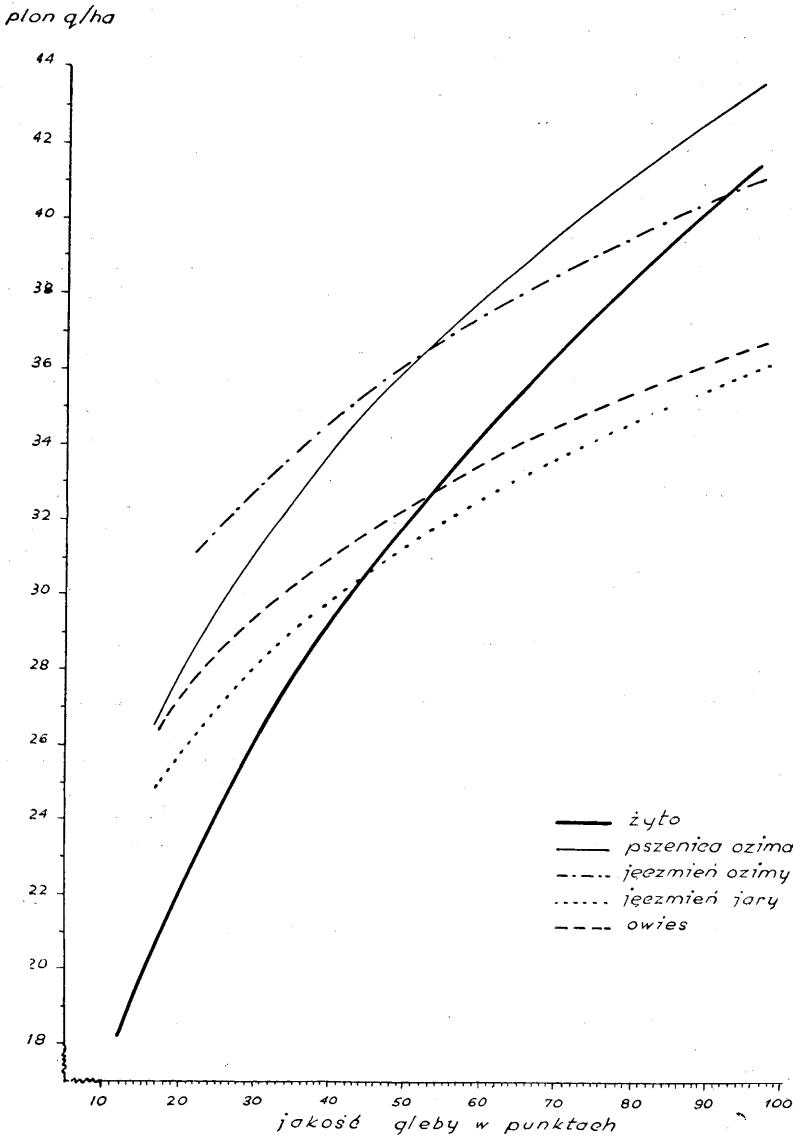
Dzięki pielęgnacji, wyborowi nasion i nawożeniu najmniej podnoszą się plony żyta, a najwięcej — plony okopowych. Tym też tłumaczymy fakt, że buraki cukrowe, o których plonie decyduje uprawa, nie wykazują istotnej różnicy plonów na glebach klas powyżej 30 punktów. Na dobrych glebach poziom plonu jest określony nie tyle przez różnice w naturalnych własnościach stanowisk, ile przez ich wykorzystanie przez zabiegi agrotechniczne. Gleby niższej jakości określają natomiast wyraźniej możliwości plonu. Widać to np. przy okopowych, które na glebach najniższej jakości wykazują wyraźnie mniejszą przeciętną, podczas gdy na glebach średnich i lepszych wpływ jakości gleby na poziom plonu jest niewielki, albo też nie ma go wcale.

Melioracja gruntu podnosi istotnie klasę jego jakości; wynika stąd, że oziminy wykazują większą zależność od klasy jakości gleby. Zboża jare oraz okopowe są bardziej zależne od letnich opadów, przez co związek plonu i klasy gleby jest tu mniej ścisły. Żyto i pszenica ozima reagują wyraźnie na jakość gleby. Plony pszenicy ozimej przewyższają przy tym plony żyta w każdej klasie gleby. Jęczmień ozimy przynosił przeciętnie o 5 q/ha wyższy plon niż jęczmień jary i owies, przy czym owies wysiewany był na lżejszych glebach, a więc na glebach niższych klas. W średnich klasach gleby plony jęczmienia ozimego są nawet wyższe od plonów pszenicy. Przebieg asymptotycznych krzywych, stanowiących wykresy plonu jako funkcji klasy gleby, jest dla jęczmienia ozimego i jarego prawie równoległy, krzywa dla owsa zaczyna się wyżej na słabych glebach, ale nie wzrasta wysoko na glebach lepszych. Na słabych glebach plony owsa obniżają się zatem niewiele.

Fakt, że dla owsa przy wyższym stopniu determinacji występuje mniejszy współczynnik elastyczności, dowodzi — w przeciwieństwie do jęczmienia (ozimego i jarego) — mniejszej zależności plonu owsa od jakości gleby.

Różnica plonów wcześniej i późno wysianej kukurydzy na silos jest bardzo wyraźna. Przy dwóch terminach rozdzielonych datą 20. V. późny wysiew przyniósł mniej o 25 q/ha suchej masy (32%) względnie 65 q/ha zielonej masy (17%). Zawartość suchej substancji przy późnym wysiewie kukurydzy jest przy tym tak mała (16,0 wobec 19,5%), że nie warto jej silosować. Ponieważ kukurydza wysiana wcześniej ma mniejszy współczynnik elastyczności niż wysiana późno, potwierdza się zasada, że wpływ stanowiska jest tym mniejszy, im bardziej mogą działać inne mające wpływ na plon czynniki. Przy dłuższym okresie wegetacji dochodzi bowiem bardziej do głosu działanie pogody i uprawy.

Bez wnikania w dalsze badania wpływu pogody i różnic klimatycznych poszczególnych rejonów, zestawmy tu wyniki przeprowadzonej analizy.



Zależność pomiędzy jakością gleby i plonami w doświadczeniach
Niemieckiej Akademii Nauk Rolniczych

Wpływ jakości gleby na wysokość plonów jest tym mniejszy:
im więcej stosuje się zabiegów agrotechnicznych;
im większy jest wpływ czynników meteorologicznych;
im bardziej dogodne są stanowiska dla poszczególnych upraw (niedogodne stanowiska ograniczają działanie innych sprzyjających czynników).

Podczas gdy bonitacja gleby ujmuje ogólnie żyzność gleby, to poszczególne stopnie tej bonitacji służyć mogą do wyznaczania uprzywilejowanych dla danej gleby upraw.

Na podstawie współczynników elastyczności funkcji poszczególnych upraw można stopniować wydajność gleby i na tej podstawie uzyskiwać uzasadnione dane do planowania plonów.

W ten sposób zostały ustalone relacje wydajności podane w tabeli 7. Relacje te można wykorzystać przy planowaniu i szacowaniu wysokości plonów.

Tabela 7

Relacje wydajności różnych roślin w zależności od jakości gleby w % w stosunku do średniej wydajności poszczególnej rośliny (obliczone na podstawie przyjętych za miary wydajności współczynników elastyczności)

Roślina	Jakość gleby w punktach								
	10—19	20—29	30—39	40—49	50—59	60—69	70—79	80—89	90—99
Żyto	69	87	100	113	124	(127)	(129)	(131)	(132)
Pszenica	—	75	84	95	100	105	110	114	117
Jęczmień ozimy	—	85	92	97	102	107	111	114	117
Jęczmień jary	—	78	88	96	103	110	113	115	117
Owies	80	89	95	100	104	108	111	113	115
Rzepak	(78)	88	95	98	102	105	108	110	112
Kukurydza wczesna	(75)	87	95	98	102	107	106	113	120
Kukurydza późna	(70)	83	91	97	103	105	107	115	124
Ziemniaki	87	88	95	100	105	106	106	108	109

Funkcje wydajności, wyrażające zależność plonów od jakości gleby, pozwalają określić również działanie innych czynników (nawożenia, przedplonów itp.) przez różnice otrzymanych plonów od wartości obliczonych z tych funkcji.

Jako przykład podamy wyeliminowanie wpływu jakości gleby przy statystycznym badaniu działania różnych przedplonów na żyto. Pokażemy przy tym, jak należy obliczać działanie czynników wzrastających w sposób nieciągły, w celu uzyskania wielkości dających się wykorzystać w obliczeniach ekonomicznych.

Ten sam materiał uzyskany z funkcji plonów wykazał — przy grupowaniu doświadczeń z żytem ze względu na przedplony, że przedplony na glebach im odpowiadających miały przeważający wpływ na średnie wartości plonów. W tabeli 8 są zestawione te średnie wartości z odchyleniami od wartości otrzymanych z odpowiednich funkcji.

Średnie odchylenia przedstawiają tu działanie przedplonu zmniejszone o wpływ jakości gleby. W obliczeniach ekonomicznych można je uważać za wyrażone w q/ha wartości przedplonu. Przy ustalaniu pełnej gospodarczej wartości danej rośliny należy uwzględnić przyrost lub obniżkę plonu spowodowanej przez następstwo roślin. Wartość tego przyrostu lub obniżki powinna być uwzględniona w rachunku obrotu wewnętrznego w gospodarstwie.

Tabela 8

Wpływ przedplonu na plony żyta

Przedplon	Liczba wartości plonu n	Średni plon bez poprawki na ja- kość gleby $\left(Y = \sum \frac{Y}{n} \right)$ w q/ha	Średnie odchy- lenie do funkcji jakości gleby $Y' = \frac{\sum (Y' - Y)}{n}$ w q/ha
Jęczmień jary	58	28,0	-2,25
Żyto	105	23,6	-1,64
Pszenica ozima	59	30,0	-1,40
Ziemniaki	209	27,8	+0,86
Owies	115	29,8	+1,13
Rzepak	20	36,0	+4,29

Przetoczone przykłady wykazują, że analiza oparta na funkcjach matematycznych może być wartościowym przyczynkiem do kalkulacji ekonomicznych. Warunkiem szerszego wykorzystania tej metody jest zbieranie materiału z dużej ilości doświadczeń polowych ustawionych wieloczynnikowo.

LITERATURA

1. Hoffmann E. Über den Begriff des Komplementäreffektes in Fruchtfolgeversuchen. Wiss. Z. d. M. Luther-Universität, Math. Nat 10, 1961, s. 395—404.
2. Kämmerer Untersuchungen über den funktionalen Zusammenhang zwischen Höhe der Stickstoffdüngung und dem Ertrag von Silomais in Stickstoffsteigerungsversuchen. Diss. Halle 1962. Nieopublikowane.
3. Kürten u. Saalbach: Über den Einfluss steigender Stickstoffdüngung auf den Zuckerrüben-ertrag in Abhängigkeit von verschiedenen Wachstumsfaktoren. Z. f. Acker- u. Pflanzenbau 114, 1961, s. 523—31.

ЭРИХ ГОФФМАНН
Институт Семеноводства и Агротехники
Галле (ГДР)

РАЗРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ПОЛЕВЫХ ОПЫТОВ
С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Содержание

Автор приводит принципы математического выражения результатов полевых опытов касающихся внесения удобрений и урожайности кукурузы возделываемой на силос.

В таблице номер один исследуются предельные прибавки урожайности кукурузы (сухого вещества) в разрезе трех факторов: а) в зависимости от качества почвы, б) в зависимости от кислотности почвы и в) в зависимости от уровня урожайности.

Предельные прибавки урожайности от внесения весовой единицы удобрений значительно ниже на лучших почвах чем на почвах с пониженной кислотностью.

Следующий анализ касается двух факторов, влияющих на урожайность: внесения удобрений и нормы высева семян, а также внесения удобрений и сроков посева.

В таблице номер два автор определяет максимальную денежную прибавку и оптимальные соотношения нормы высева семян и внесения удобрений при различных соотношениях цен.

В таблице третьей приводится расчет снижения урожайности (кг/га) от каждого просроченного дня посева — при различной комбинации нормы высева семян и дозы удобрений.

В следующей части статьи автор рассматривает связь между различными факторами влияющими на урожайность и определяет какого рода связь происходит между ними — кумулятивная или субституционная. При кумулятивной связи имеем так называемый добавочный эффект положительный, а при субституционной — отрицательный. Примеры положительного и отрицательного добавочного эффекта приводятся в таблице 4 для двух факторов — предшествующей культуры и внесения удобрений.

В заключительной части статьи автор исследует влияние качества почвы на урожайность различных культур (таблица 6). Качество почвы в наибольшей степени влияет на урожайность зерновых, в наименьшей же степени влияет на урожайность картофеля. В таблице 7 приводятся показатели урожайности различных культур в различных почвенных условиях (качество почвы в пунктах) в виде процентов средней урожайности данной культуры.

ERICH HOFFMANN

Institute of Seedgrowing and Cultivation
Halle (German Democratic Republic)

EXAMINATION BY MEANS OF MATHEMATICAL FUNCTIONS OF THE RESULTS OF FIELD TESTS

Summary

The author discusses the rules of mathematical approach to the results from the field tests in fertilizing and yields of maize grown for ensilage. In Table No. 1 the marginal increments of yields of maize (dry pulp) from three viewpoints are examined; viz., depending on a) soil quality, b) soil acidity grade and c) on the level of yields. Marginal increments of yields per unit of fertilized area are considerably marked as lower in better soils and in soils having lower acidity.

The next analysis concerns two pairs of factors influencing yields i. e. the fertilizing together with the sown volume of grain (per unit of surface), and the fertilizing together with time of sowings. In Table No. 2 the author shows the maximum money surplus and optimal combinations of the amounts sown with fertilizing, at various price relations. Table No. 3 shows the computations of the decrease in yields (in kilos

per 1 hectare) for every day of delay in sowing — analysing various combinations of quantity of corn sown and of fertilizing rate.

In the next part of the article the author considers the interchangeability between various factors influencing yield and defines the kind of relation between them — the cumulative or substitutional one. In the cumulative combination arises a so-called positive complimentary effect, in the substitutional combination — the negative one. The examples of the positive and negative complementary effect are shown for two factors — the forecrop and the fertilizing in Table No 4.

In the last part of the article the author examines the influence of the quality of soil on the yields of various plants (Table No 6). The quality of soil influences the most the yields of cereals, and the least the yields of potatoes. Table No. 7 reveals the yield indices of various crops for various soil qualities, shown in per cent points in relation to the average yield of the given plant.