ARMIN KASTEN, ORTWIN KREUTZBERGER
Halle—Wittenberg

MATEMATYCZNE UJĘCIE PLANOWANIA GOSPODARKI PASZOWEJ

A. Sformułowanie zagadnienia

W produkcji zwierzęcej koszty pasz stanowią niewątpliwie większą część kosztów bezpośrednich.

W hodowli bydła w gospodarstwach państwowych koszty te wynoszą 50 do 70 DM na 100 DM kosztów produkcji zwierzęcej.

W celu zatem zmniejszenia kosztów bezpośrednich produkcji zwierzęcej należy stosować jak najbardziej racjonalną gospodarkę paszową opartą na planowaniu kosztów skarmianych pasz.

W pracy tej — na przykładzie wypasu młodych buhajków — przedstawiamy próbę zracjonowania dawek paszowych zmierzającą do osiągnięcia możliwie najniższych ich kosztów. Stosujemy tu matematyczną metodę programowania liniowego uwzględniając ekonomiczną, jak również fizjologiczną stronę racjonowania pasz dla poszczególnych okresów wieku zwierząt.

B. Zastosowana metoda

I. Fizjologiczne podstawy żywienia

W Niemczech, Anglii, Holandii, na Węgrzech, w CSR i wielu innych krajach naukowo uzasadnioną podstawą żywienia zwierząt przeżuwających jest system Kellnera [3].

Dzienne zapotrzebowanie pokarmowe zwierzęcia pokrywane jest przez wartość odżywczą podanej paszy mierzoną w jednostkach pokarmowych i strawnym białku.

Ilość suchej masy pokarmowej, której tylko określona część (zależnie np. od wieku zwierząt) może być strawiona, jest tu również ważna ze względu na konieczność uzyskiwania przez zwierzęta poczucia sytości.

Stopień koncentracji przyswajalnego pokarmu w masie paszowej nie jest więc bez znaczenia, tym więcej, że w masie pokarmowej znajdują się sole mineralne i witaminy, które nie są uwzględniane w obliczaniu zapotrzebowania podawanego w jednostkach pokarmowych. Przyjmowane jest założenie, że w urozmaiconym zestawie pasz znajduje się dostateczna ich ilość.

Określenie gospodarczo uzasadnionego zestawu paszowego w systemie Kellnera polega na optymalnym skombinowaniu względów ekonomicznych i fizjologicznych przy ustaleniu racji paszowych.

Bierze się tu jednak pod uwagę jedynie jednostki pokarmowe, pomijając w masie paszowej rolę strawnego białka i koncentracji składników pokarmowych.

W metodzie, którą przedstawiamy w tej pracy, bierzemy pod uwagę tak jednostki pokarmowe, jak i strawne białko i suchą masę pokarmową i próbujemy je zestawić w dziennej racji paszowej tak, aby zaspokoić zapotrzebowanie zwierzęcia przy możliwie najmniejszych kosztach własnych paszy.

Zapotrzebowanie pokarmowe opasanych młodych buhajów w okresie zimowym zostało podane przez Bartcha [1] i jest w zakresie jednostek pokarmowych zgodne z systemem Kellnera. Przedstawiamy je w tabeli 1, w zależności od wieku i wagi zwierząt.

Tabela 1

Zapotrzebowanie pokarmowe wypasanych młodych buhajów

Wiek miesiące	Waga kg	Zapotrzebowanie dzienne		
		jednostek pokarmowych	strawnego białka g	suchej masy g
4—6	120—175	1 900	500	3 500
6—8	175—245	2 900	620	4 500
8—10	245—319	3 300	660	6 000
10—12	319—384	3 700	700	8 500
12—16	384—500	4 700	900	11 000

II Programowanie liniowe

Przyjmujemy, że w okresie wypasu rozporządzamy 15 składnikami paszowymi, które oznaczamy przez $f_1, f_2 \dots f_{15}$ (patrz tabela 2).

3 dowolne składniki (liczba ta narzucona jest przez zasady programowania liniowego) przyjmujemy jako podstawowe składniki racji dziennych.

Dane o zawartości jednostek pokarmowych, strawnego białka i suchej masy pokarmowej w poszczególnych składnikach paszowych bierzemy z tablic DLG [5] i tworzymy 15-kolumnową i 3-wierszową tablicę, w wierszach której mamy odpowiednio

1 — zawartość jednostek pokarmowych (S)
2 — „ strawnego białka (E)
i 3 — „ suchej masy pokarmowej (T)

dla kolejnych $f_1, f_2, \dots f_{15}$ składników paszowych (w g na 1 kg paszy).

Tablicę tę mnożymy przez jednokolumnową tablicę zawierającą (w poszczególnych wierszach) niewiadome ilości $f_1, f_2 \dots, f_{15}$ poszczególnych składników paszowych.

Powstałą w wyniku tablicowego mnożenia jednokolumnową (trzywierszową) tablicę przyrównujemy do jednej z pięciu tablic a, b, c, d, e (każda z nich jest również tablicą jednokolumnową i trzywierszową)

Tabela 2

Zawartość składników pokarmowych w paszach i zapotrzebowanie w różnym wieku zwierząt

Tablica zawartości składników pokarmowych

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}
S	89	636	42	709	535	180	508	301	500	310	62	66	65	90	83
E	14	88	11	80	301	8	46	121	72	40	7	8	9	9	19
T	180	884	84	859	891	850	903	857	896	850	106	115	127	166	120

Tablica pasz: $\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ f_{15} \end{bmatrix}$

Tablica zapotrzebowania:

$\begin{bmatrix} 1900 \\ 500 \\ 3500 \end{bmatrix} a \quad \begin{bmatrix} 2900 \\ 620 \\ 4500 \end{bmatrix} b \quad \begin{bmatrix} 3300 \\ 660 \\ 6000 \end{bmatrix} c \quad \begin{bmatrix} 3700 \\ 700 \\ 8500 \end{bmatrix} d \quad \begin{bmatrix} 4700 \\ 900 \\ 11000 \end{bmatrix} e$

Wyjaśnienie symboli i skrótów

f_1 = kiszone liście buraczane
f_2 = śruta owsiana
f_3 = otręby żytnie
f_4 = śruta jęczmienna
f_5 = śruta rzepakowa poekstrakcyjna
f_6 = słoma pastewna (jara)
f_7 = suszone wysłodki
f_8 = siano z lucerny
f_9 = troblako[a]
f_{10} = siano łąkowe
f_{11} = buraki pastewne
f_{12} = brukiew
f_{13} = wysłodki kiszone
f_{14} = kiszonka z kukurydzy
f_{15} = kapusta pastewna

S = jednostki pokarmowe
E = strawne białko
T = sucha masa pokarmowa
a = normy zapotrzebowania w 4—6 mies.
b „ „ „ 6—8 „
c „ „ „ 8—10 „
d „ „ „ 10—12 „
e „ „ „ 12—16 „

---

[a] Suszone liście buraczane wraz z główkami

zawierających (kolejno w wierszach) normy zapotrzebowania na S, E i T w poszczególnych okresach wieku wypasanych buhajów.

Dalej postępujemy następująco:

Po ustaleniu jednej z tablic a, b, c, d, e po prawej stronie równości tablicowej w tabeli 2 (w zależności od wieku zwierząt) dowolnie przyjmujemy dawki 12 z 15 składników paszowych $f_1, f_2, \ldots, f_{15}$.

Niech to będą np. składniki $f_4, f_5 \ldots, f_{15}$ (w innym przypadku można jedynie zmienić kolejność numeracji) i wypisujemy wielkości tych dawek w odpowiednich wierszach tablicy jednokolumnowej po lewej stronie równości. Wykonujemy teraz mnożenie tablicowe po lewej stronie znaku równości i otrzymaną jednokolumnową, trzywierszową tablicę porównujemy z tablicą znajdującą się po prawej stronie znaku równości.

Na podstawie definicji porównywania tablic otrzymujemy trzy równania liniowe określające jednoznacznie szukane wartości podstawowych składników paszowych f_1, f_2, f_3.

Otrzymane wartości podstawowych składników f_1, f_2 i f_3 są naturalnie zależne od przyjętych dowolnie (przy zastosowaniu kryteriów fizjologicznych i ekonomicznych) składników uzupełniających $f_4, f_5, \ldots, f_{15}$.

Zależność ta wynika pośrednio z równań tablicy 2, w której — jak już wyżej zaznaczono — należy zamiast symboli $f_4, f_5, \ldots, f_{15}$ w jednokolumnowej tablicy po lewej stronie znaku równości wstawić odpowiednio przyjęte wartości tych dodatkowych składników paszowych. Aby uprościć rachunki, zależność tę przedstawia się w postaci bezpośredniej znowu za pomocą równości tablicowej. W tabeli 3 podano takie równanie dla przykładu opasania buhajów w wieku 8—10 mies.

Szukane wartości f_1, f_2, f_3, są tu uzależnione bezpośrednio od parametrów $f_4, f_5, \ldots, f_{15}$, których wartości (w kg) można dowolnie przyjmować.

Po ustaleniu wielkości $f_4, f_5, \ldots, f_{15}$ mnożymy najpierw dwunastowierszową tablicę w drugim składniku po prawej stronie znaku równości przez tablicę tych wielkości, następnie otrzymaną jednokolumnową tablicę dodajemy do pierwszej tablicy po prawej stronie znaku równości.

Porównanie otrzymanej tablicy z tablicą po lewej stronie znaku równości, daje bezpośrednio szukane wielkości f_1, f_2 i f_3.

Współczynniki w dwunastokolumnowej tabeli 3 po lewej stronie znaku równości podają o ile kg zmniejszą (albo też zwiększą) się odpowiednie „zależne" podstawowe składniki paszowe f_1, f_2 i f_3 przy dodaniu 1 kg określonego składnika uzupełniającego.

W przypadku wstawienia samych zer na $f_4, f_5, \ldots, f_{15}$ otrzymujemy na f_1, f_2 i f_3 wartości stosowane przy karmieniu tylko tymi trzema podstawowymi składnikami paszowymi. Wstawiając różne od zera wartości wybranych składników uzupełniających $f_4, f_5, \ldots, f_{15}$ otrzymujemy schemat „częściowego zastępowania" (substytucji) składników podstawowych przez składniki uzupełniające. Schemat ten pozwala łatwo dokonywać zestawień tych racji uwzględniających różne czynniki fizjologiczne i ekonomiczne.

Zwróćmy jeszcze uwagę na to, że obok dowolności w doborze składników uzupełniających mamy tu jeszcze możliwość dowolnego doboru podstawowych składników paszowych.

Tabela 3

Racja dzienna z kiszonych liści buraczanych, śruty owsianej i otrąb żytnich (z możliwością wymiany) dla 8—10 mieś. opasanych buhajów
Tablica substytucji (dane liczbowe w kg)

Racja dzienna ze składn. podstawowych						
f_1	8,523	0,773	20,292	—14,244	—6,605	—0,975
f_2	1,590	+—1,437	—0,357	1,189	—0,325	0,652
f_3	36,431	3,237	—50,336	7,885	6,827	—14,977

							Tablica pasz uzupełniających
—3,901	—9,005	—0,576	—0,601	—0,763	—1,208	0,677	f_4
—0,288	0,536	—0,049	—0,047	—0,012	—0,042	—0,115	f_5
0,724	3,536	0,491	0,414	0,247	1,058	—1,668	f_6
							.
							.
							f_{15}

Wybierając 3 składniki podstawowe z 15 dopuszczalnych mamy znaczną ilość możliwych kombinacji, którą oblicza się (jako współczynnik dwumianu Newtona) w sposób następujący:

$$B = \binom{15}{3}^{1} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 455.$$

Z tych 455 kombinacji w praktyce mogą mieć zastosowanie tylko kombinacje złożone z pasz, które — w określonych warunkach — mogą być produkowane w wystarczającej ilości przy stosunkowo niskich kosztach.

Zajmiemy się najpierw ustaleniem takich kombinacji podstawowych składników paszowych z danych 15 rodzajów pasz, których koszty byłyby jak najniższe.

W rozważaniach naszych przyjmujemy ceny państwowych gospodarstw rolnych dla produktów rynkowych i ceny równoważne kosztom produkcji dla pasz nie będących w obiegu handlowym jak np. kiszonki.

III. Ustalanie najtańszej kombinacji pasz podstawowych

W tej części pracy zastosujemy metodę tzw. „programowania liniowego" do określenia zestawów pasz podstawowych o najniższych kosztach, czyli tzw. zestawów podstawowych minimalnych.

[1] Czytaj: piętnaście nad trzy.

Teoria programowania liniowego [2] daje metody umożliwiające łatwe znalezienie ekstremalnych układów rozwiązań danego wieloznacznie rozwiązalnego układu równań liniowych.

Funkcją liniową, która w naszym zagadnieniu powinna przyjąć wartość minimalną, jest suma kosztów składników paszowych. Stosując tzw. metodę *simplex* będziemy tu mogli ze wszystkich możliwych zestawów paszowych wyodrębnić te, które tworzą ciąg o malejących kosztach, w którym można dojść do zestawu o minimalnych kosztach.

Postępowanie to wyjaśnimy na przykładzie.

Zauważmy przede wszystkim, że zestaw może być minimalny tylko ze względu na koszty trzech składników podstawowych (ponieważ ich ilości są niewiadomymi w równaniach określających zestaw). Później pokażemy w jakim zakresie i jakich ilościach należy do zestawu podstawowego dodawać pasze uzupełniające.

Szukamy zatem na razie minimalnego zestawu trzech składników podstawowych.

Bierzemy za punkt wyjścia tabelę 3, gdzie zmiennymi zależnymi są f_1, f_2, f_3 i wypisujemy je w 4 kolumnie tabeli 4.

W kolumnie 3 podajemy cenę względnie wartość 1 kg. W kolumnie 5 wpisujemy absolutne ilości tych trzech podstawowych składników w racji dziennej złożonej z samych tych składników.

Racja ta składa się z:
8,5 kg kiszonych liści buraczanych,
1,6 kg śruty owsianej,
36,4 kg otrąb,
koszt jej równy jest 67 DPf.

Jak wyżej podano, dodanie jednego kg dodatkowego składnika do racji dziennej zmniejsza (albo zwiększa) odpowiednio składniki podstawowe o wartości, które podajemy w wierszach 1, 2 i 3 tabeli 4 (znak — oznacza zmniejszenie, znak + zwiększenie). W wierszu 4 kolumny 5 wymieniona jest wartość trzech podstawowych składników, w innych kolumnach tego wiersza — kwoty, o które zmniejsza się (lub zwiększa) łączna wartość trzech składników podstawowych przy dodaniu 1 kg składnika dodatkowego, wymienionego w nagłówku odpowiedniej kolumny. Dodając do tej kwoty koszt 1 kg tego dodanego składnika, otrzymujemy odpowiednie zmiany kosztów całkowitych, które podane są w 5 wierszu.

Ogólnie przedstawimy powyższy stan rzeczy w sposób następujący:

Oznaczmy zmianę f_1, f_2, f_3 przy dodaniu 1 kg f_4 odpowiednio przez Δf_1, Δf_2, Δf_3 (kolumna 9), a koszty 1 kg każdej z tych pasz odpowiednio przez c_1, c_2, c_3, c_4.

Wtedy suma

$$c_1\Delta f_1 + c_2\Delta f_2 + c_3\Delta f_3 \tag{1}$$

przedstawia zmienne wartości trzech pierwszych składników (kolumna 9, wiersz 4).

Całkowita zmiana kosztu przy dodaniu 1 kg składnika f_4 wyraża się (wiersz 5):

$$c_1\Delta f_1 + c_2\Delta f_2 + c_3\Delta f_3 + c_4 \tag{2}$$

Po dodaniu zatem do trzech podstawowych składników 1 kg składnika f_4 całkowity koszt wyraża się wzorem:

$$c_1 f_1 + c_2 f_2 + c_3 f_3 + (c_1\Delta f_1 + c_2\Delta f_2 + c_3\Delta f_3 + c_4) \tag{3}$$

Przerachujmy to na przykładzie:

P r z y k ł a d:

Pasza ze składników f_1, f_2, f_3 kosztuje 67,3 DPf.

Dodanie 1 kg f_4 powoduje zmianę Δf podstawionych składników:

$$\Delta f_1 = 0{,}733 \text{ kg}, \Delta f_2 = -1{,}437 \text{ kg}, \Delta f_3 = 3{,}237 \text{ kg}$$

Przy podanych cenach suma (1) wynosi:

— 34,2 DPf (wiersz 4), a całkowita zmiana kosztu na 1 kg (2),

— 34,2 + 25,5 = — 8,7 DPf (wiersz 5). Stąd całkowity koszt czterech składników wynosi 67,3 — 8,7 = 58,6 DPf.

Widzimy więc, że koszt paszy możemy obniżać tylko przez dodawanie takich niezależnych składników, które powodują ujemną zmianę (2).

Absolutne minimum kosztu zależy jednak (jak to wyżej pokazano) od 3 składników podstawowych (zależnych).

W celu zatem dalszego obniżania kosztu należy składniki podstawowe f_1, f_2 i f_3 zastąpić przez inne, czyli dokonać substytucji całkowitej.

Jakie natomiast dodatkowe składniki należy dodać do nowych składników podstawowych — zależy od maksymalnej obniżki kosztu, jaką one powodują przy substytucjach.

Nie jest to jednak tak, jak podaje się w znanej literaturze o programowaniu liniowym [2], że ten składnik powoduje największą globalną obniżkę kosztu, który powoduje największą (ujemną) zmianę kosztu na 1 kg (wiersz 5). Decydującą rolę odgrywa tu zmiana kosztu przy substytucji całkowitej.

Wyrażenie (3) daje globalny koszt po dodaniu 1 kg f_4 do składników podstawowych f_1, f_2 i f_3.

Przy dodaniu dowolnej ilości składnika f_4 należy jeszcze wyrażenie w nawiasie pomnożyć przez f_4. Wtedy całkowity koszt wyrazi się:

$$c_1 (f_1 + f_4 \Delta f_1) + c_2 (f_2 + f_4 \Delta f_2) + c_3 (f_3 + f_4 \Delta f_3) + c_4 f_4 \tag{4}$$

Wartości w nawiasach dają ilości trzech składników podstawowych przy dodaniu składnika f_4. Jeżeli przez f_4 chcemy całkowicie zastąpić jeden ze składników podstawowych, jedno wyrażenie w nawiasie musi przyjąć wartość O.

Mamy zatem

$$f_i + f_4 \Delta f_i = O \text{ (dla } i = 1, \text{ albo } i = 2, \text{ albo } i = 3).$$

Stąd dla tej samej wartości i:

$$f_4 = -\frac{f_i}{\Delta f_i}$$

Ten ze składników podstawowych należy zastąpić przez f_4, dla którego podwyższony stosunek ma wartość najmniejszą.

Stosunek ten określa jednocześnie zastępczą ilość składnika f_4.

Najmniejszy stosunek zapisujemy w postaci:

$$f_4 = min \frac{-f_i}{\Delta f_i} \quad (i = 1, 2, 3)$$

Ponieważ również f_4 musi posiadać wartość dodatnią, należy brać pod uwagę jedynie f_i o ujemnych zmianach Δf_i. Otrzymaną wartość na f_4 należy pomnożyć przez zmianę kosztu na 1 kg f_4. Iloczyn ten przedstawi całkowitą zmianę kosztu przy całkowitym zastąpieniu jednego z trzech składników podstawowych przez f_4 (śruta jęczmienna).

Biorąc wszystkie składniki o ujemnych zmianach kosztu na 1 kg (tabela 4, wiersz 5) i tworząc omówione stosunki możemy stwierdzić, jak zmieniają się koszty całkowite. Składnik, który spowoduje największą obniżkę kosztu należy przyjąć za składnik podstawowy w nowej kombinacji podstawowej.

W naszym przykładzie wchodzą w grę jedynie składniki f_4 (śruta jęczmienna) f_7 (suszone wysłodki), f_{14} (kiszonka z kukurydzy) i f_{15} (kapusta pastewna).

Utworzone dla nich omówione powyżej stosunki mają wartości:

f_4	f_7		f_{14}		f_{15}	
$\frac{f_2}{\triangle f_2}$	$\frac{f_3}{\triangle f_3}$ i	$\frac{f_2}{\triangle f_2}$	$\frac{f_3}{\triangle f_3}$ i	$\frac{f_2}{\triangle f_2}$	$\frac{f_2}{\triangle f_2}$ i	$\frac{f_3}{\triangle f_3}$
$= \frac{1{,}590}{1{,}437}$	$= \frac{8{,}523}{-6{,}605}$	$= \frac{1{,}590}{-0{,}325}$	$= \frac{8{,}523}{-1{,}208}$	$= \frac{1{,}590}{-0{,}042}$	$= \frac{1{,}590}{-0{,}115}$	$= \frac{36{,}431}{-1{,}668}$
$= -1{,}11$	$= -1{,}29$	$= -4{,}89$	$= -7{,}05$	$= -37{,}85$	$= -13{,}82$	$= -21{,}84$

Najmniejszy ze stosunków dla każdego z tych składników mnożymy przez obniżkę kosztu na 1 kg (wiersz 5) i otrzymujemy:

dla f_4	f_7	f_{14}	f_{15}
(—) 1,11. (—) 8,7 = 9,7	(—) 1,29. (—) 2,5 = 3,2	(—) 7,05. (—) 0,8 = 5,6	(—) 13,82. (—) 1,7 = 23,4

Największą obniżkę kosztów uzyskujemy przy zastąpieniu f_2 (śruta owsiana) przez f_{15} (kapustę pastewną). Wynosi ona 23,4 DPf.

Nową kombinacją podstawową jest teraz f_1, f_{15} i f_3. Przed wykonaniem następnych rozważań prowadzących do dalszej obniżki kosztów, musimy w tabeli 4 A ustalić nowe współczynniki dla nowych niezależnych składników paszowych. Współczynniki te można uzyskać bezpośrednio z tabeli 4 A. Zależnymi składnikami są teraz f_1, f_{15} i f_3. Gdyby tylko one były spasane, to racje dzienne byłyby (jak to widać w tabeli 4 B) następujące:

kiszone liście buraczane	$(f_1) = 17{,}88$ kg	
kapusta pastewna	$(f_{15}) = 13{,}82$ kg	
otręby	$(f_3) = 13{,}37$ kg	

Dają one koszt 44 DPf.

Jak widać z tabeli koszt ten może być obniżony przez kiszonkę z kukurydzy (f_{14}), ponieważ posiada ona jeszcze ujemną zmianę kosztu na 1 kg (tabela 4 B, kolumna 19, wiersz 5).

Z przedstawionych powyżej ilorazów wynika, że f_1 powinno być zastąpione przez f_{14}. Uzyskujemy wtedy nową kombinację podstawową f_{14}, f_{15} i f_3.

Tabela 4 C pokazuje zależność pozostałych składników od tych trzech. Okazuje się, że teraz wszystkie współczynniki w wierszu 5 są dodatnie, co oznacza, że kosztów składników podstawowych f_{14}, f_{15} i f_3 nie można już obniżyć przez zastąpienie ich innymi składnikami.

Absolutne minimum kosztów racji dziennych osiągamy zatem przy karmieniu kiszonką z kukurydzy, kapustą pastewną i otrębami. Wynoszą one 41 DPf. Racje dzienne z tych składników są podane w kolumnie 3 tabeli 4 C.

W podanym przykładzie uzyskaliśmy kombinację o minimalnych kosztach po dwóch posunięciach z kombinacji f_1, f_2 i f_3.

Z ilości otrzymanych wnosimy również, że kombinację taką można otrzymać z dowolnej innej, po najwyżej trzech opisanych zmianach.

Przy dodaniu innych składników do kombinacji o minimalnych kosztach, koszty całkowite mogą tylko wzrosnąć. Jednak ze względów fizjologicznych musimy do otrzymanego zestawu trzech składników podstawowych o najniższym koszcie dodać pewne inne składniki.

W tabeli 5 zestawiono (w kolumnie 4) kombinacje o minimalnych kosztach dla poszczególnych okresów wieku opasanych buhajów.

Zwracamy uwagę, że są to wyniki teoretycznych rachunków, które należy jeszcze uzupełnić ze względów fizjologicznych.

Np. kombinacja minimalna dla opasanych buhajów w wieku 8—10 mies.:

12,3 kg kiszonki z kukurydzy
9,3 kg pastewnej kapusty
33,9 kg otrąb żytnich

odpowiada dziennemu zapotrzebowaniu na składniki odżywcze: *E* (strawne białko), *S* (jednostki pokarmowe), i *T* (sucha masa), ale nie może być zastosowana ze względów fizjologicznych, ponieważ otrąb jest za dużo przy tak obfitym karmieniu kiszonką.

Zmniejszamy zatem ich dawkę do 20 kg. Odszukujemy więc w tabeli 4 C w wierszu 3 taki składnik, który zastępuje 14 kg otrąb żytnich powodując przy tym najmniejszą podwyżkę kosztów (oddalając się przez to od absolutnego minimum kosztu). Jest to 580 g makuchu rzepakowego.

Podajemy wartość *E*, *S* i *T* w otrzymanej racji paszowej:

	DPf	*S*	*E*	*T*
0,58 kg makucha rzepakowego	10	310	175	517
20,0 kg kiszonki kukurydzowej	18	1 800	180	3 320
5,0 kg kapusty pastewnej	7	415	95	600
20,0 kg otrąb	10	840	220	1 680
Razem	45	3 365	670	6 117

Strawność wszystkich tych pasz wynosi ponad 70% i jest wystarczająca przy opasie buhajów.

Przyjmując, że zwierzęta w tym wieku przybierają dziennie przynajmniej 800 g i licząc 1 kg po 2,70 DM otrzymujemy koszty paszy jako 21 DM na 100 DM produkcji zwierzęcej.

Odbiega to od przeciętnej (50—80 DM), ponieważ spasanie otrąb w tej ilości jest rzadkie i kiszonka z kukurydzy była raczej zbyt nisko wyceniona.

Następną z kolei zamianą powodującą najniższą podwyżkę kosztu jest zastąpienie 14 kg otrąb przez 700 g siana z lucerny i zwiększenie dawki kapusty pastewnej.

	DPf	S	E	T
0,7 kg siana z lucerny	7	211	85	600
14,0 kg kiszonki z kukur.	13	1 260	126	2 324
13,0 kg kapusty pastewnej	18	1 079	247	1 560
20,0 kg otrąb	20	840	220	1 680
Razem	48	3 390	678	6 184

Inny zestaw otrzymujemy dodając słomę pastewną, przez co obniża się ilość kiszonki:

	DPf	S	E	T
1 kg słomy pastewnej	3	180	8	850
8 kg kiszonki z kukurydzy	7	720	72	1 328
20 kg kapusty pastewnej	28	1 660	380	2 400
20 kg otrąb	10	840	220	1 680
Razem	48	3 400	680	6 258

Te trzy przykłady pokazują, jak uzyskuje się z podanego przedstawienia tablicowego zestawy, które

1° — są fizjologicznie do przyjęcia,

2° — powodują najniższe koszty.

Podobnie jak w podanych przykładach, gdzie obrana była górna granica ilości otrąb, można ustalić dolną granicę np. zielonki w racji dziennej, tak, aby pokryte było zapotrzebowanie na witaminy.

Można również ograniczyć ilość pewnego składnika paszowego ze względów gospodarczych, gdy nie ma go w odpowiedniej ilości.

Posiadanymi składnikami paszowymi można tak gospodarować, aby jak najbardziej ograniczyć zakup brakujących pasz w gospodarstwie, stosując zakupione produkty jedynie jako składniki uzupełniające.

Podany przykład dotyczył karmienia zimą. Zupełnie podobnie można ustalić kombinacje o najniższych kosztach przy spasaniu zielonek w okresie letnim.

C. Inne możliwości zastosowania podanej metody

Przy karmieniu krów mlecznych można również ustalić zależność liniową pomiędzy kosztami paszy, a wartością wyprodukowanego mleka [4].

Przy wypasie świń można też ustalić najtańsze racje pokarmowe przy pomocy programowania liniowego. Zamiast jednostek pokarmowych należy tu wziąć pod uwagę ogólną zawartość składników odżywczych w pokarmie; należy tu jednak oddzielić białko pochodzenia roślinnego i zwierzęcego.

Otrzymuje się zatem cztery równania i podstawowe racje złożone są z czterech różnych składników pokarmowych.

Racje te należy zróżnicować ze względu na wagę opasanych świń.

Planowanie liniowe jest już stosowane w planowaniu przemysłowym. Znajdzie ono niewątpliwie zastosowanie również w zagadnieniach ekonomiki gospodarstw rolnych nie tylko związanych z gospodarką paszową. W oparciu o tę metodę można będzie kształtować w określonych warunkach profil produkcyjny gospodarstwa, aby przy najniższym nakładzie inwestycyjnym osiągnąć największe dochody gospodarstwa.

Dodajmy tu jeszcze, że rozwój maszyn elektronowych pozwoli wkrótce wykonywać bardzo szybko rachunki, jakie przy planowaniu liniowym występują, i są dosyć żmudne.

Na zakończenie pragniemy wyrazić nadzieję, że podany tu przykład nierozłącznego traktowania ekonomicznych i fizjologicznych problemów paszowych zachęci do ściślejszej współpracy zootechników i kierowników gospodarstw rolnych, której celem byłoby zmniejszenie kosztów bezpośrednich w gospodarce hodowlanej.

LITERATURA

1. Bartsch, K.-H., und K. Werner: Futter- und Arbeitsaufwand in der Jungbullen und Schweinemast. Dtsch. Landwirtsch. 7, 79—87, 1956.
2. Charmes, A., W. W. Cooper und A. Henderson: An Introduction to Linear Programming. New York 1953.
3. Nehring, K., u. a.: Das Problem der Futterbewertung und Futterwerteinheit. Sietzungsberichte der Dal VII, H. 1, Berlin 1958.
4. Paasch, E.-W.: Die Grundzüge der kostenorientierten Futterplanung. Kühn-Archiv 73, 85—107, 1959.
5. Futterwerttabellen der DLG (für Wiederkäuer). Arb. DLG 17, Frankfurt a. M. 1955.

АРМИН КАСТЕН, ЭРВИН КРЕЙЦБЕРГЕР
Галле — Виттенберг

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ПЛАНИРОВАНИЮ КОРМОВОГО ХОЗЯЙСТВА

Резюме

В настоящем труде рассматривается проблема планирования кормового хозяйства.

На примере откорма молодых быков иллюстрируется метод делающий возможность выбора из многих составных элементов кормов 3 элементов как основных в суточном рационе, обеспечивающем потребности животных в кормовые единицы (S), переваримый белок (E) и сухую массу корма (T) при минимальной общей стоимости кормов.

Приводится способ пополнения 3 установленных основных элементов другими добавочными элементами, с учетом как физиологических так и экономических факторов.

Труд базируется на математическом методе, называемом линейным программированием.

ARMIN KASTEN
ORWIN KREUTZBERGER
Halle-Wittenberg

A MATHEMATICAL APPROACH TO THE CHOICE OF FODDER

SUMMARY

This paper deals with the problem of the choice of fodder.

A case of feeding young bulls is presented as an example of a method of selecting three basic fodder ingredients in quantities sufficient to satisfy the daily requirements of animals for fodder units (S), digestible protein (E), and dry food (T) in such a way as to minimize total costs.

A method of supplementing the three basic ingredients with additional ones is also demonstrated with full consideration given to the physiological and economic factors.

The solution is based on the mathematical method of linear programming.