

EXPECTED UTILITY AND PROSPECT THEORIES VERSUS AGRICULTURAL INSURANCE

TEORIE UŻYTECZNOŚCI OCZEKIWANEJ I PERSPEKTYWY A UBEZPIECZENIA ROLNE

JACEK KULAWIK

Citation: Kulawik, J. (2023). Expected Utility and Prospect Theories Versus Agricultural Insurance / Teorie użyteczności oczekiwanej i perspektywy a ubezpieczenia rolne. *Zagadnienia Ekonomiki Rolnej / Problems of Agricultural Economics*, 374(1), 62–84. <https://doi.org/10.30858/zer/161811>

Abstract

The expected utility theory/hypothesis (EUT/ET) by von Neumann and Morgenstern has become the subject of criticism and efforts to improve it already at the moment of presenting its complete axiomatic form (1953). The broadest analysis was carried out by Kahneman and Tversky using the prospect theory (PT). However, it was not carefully prepared. The above two were helped in 1982 by Quiggin with his extension of the EUT in the form of the rank-dependent expected utility (RDEU). This was followed by Kahneman and Tversky in 1992 boasted the second version of the prospect theory, i.e., the cumulative prospect theory (CPT). It became the most competitive proposal to the EUT, although later other researchers added new elements to it. In this way, the subsequent generations of the PT were created. Today there are five in total. It soon became apparent that the PT also did not satisfactorily explain various cases of decision-making under conditions of risk and uncertainty. Upon closer analysis, however, it turned out that the PT was in fact a generalization of the EUT. Both theories are tools for modeling insurance decisions, including agriculture. In this context, the main aim of the article is to present the principles and the results of applying them in agricultural insurance. The analysis shows that the pragmatic solution at present is the combined use of both theories, with the EUT usually being the reference point.

Keywords: risky and uncertain decisions, non-expected utility, prospect theory, expected utility theory, agricultural insurance.

JEL codes: D01, D81, Q10, Q14.

Abstrakt

Teoria/hipoteza użyteczności oczekiwanej (ang. the expected utility theory, EUT lub ET) von Neumanna i Morgensterna już w momencie zaprezentowania jej kompletnej, aksjomatycznej formy (1953 r.) stała się przedmiotem krytyki oraz wysiłków, by ją „ulepszyć”. Najszerszą analizę przeprowadzili Kahneman i Tversky za pomocą stworzonej przez siebie teorii perspektywy (the prospect theory, PT). Nie była to jednakże konstrukcja dopracowana. Z pomocą powyższej dwójce przyszedł w 1982 r. Quiggin ze swoim rozszerzeniem EUT w postaci rank dependent expected utility (RDEU). W ślad za tym Kahneman i Tversky w 1992 r. mogli pochwalić się drugą wersją teorii perspektywy, tj. postacią skumulowaną (CPT). To ona właśnie stała się najbardziej konkurencyjną propozycją wobec EUT, mimo że w późniejszych latach inni badacze dodali do niej nowe elementy. W ten sposób powstawały kolejne generacje PT. Dziś jest ich w sumie pięć. Jak zwykle, szybko okazało się, że PT także niezadowalająco objaśnia różne przypadki podejmowania decyzji w warunkach ryzyka i niepewności. Po dokładniejszej analizie okazało się jednak, że PT jest w istocie generalizacją EUT. Obydwie te teorie są m.in. narzędziem modelowania decyzji ubezpieczeniowych, w tym także w rolnictwie. W tym kontekście podstawowym celem artykułu jest bliższe przedstawienie zasad oraz uzyskiwanych rezultatów ich stosowania w ubezpieczeniach rolnych. Z dokonanej analizy wynika, że pragmatycznym rozwiązaniem obecnie jest łączne wykorzystywanie obydwu teorii, przy czym EUT zazwyczaj powinna być punktem odniesienia.

Słowa kluczowe: decyzje ryzykowne i niepewne, non-expected utility, teoria perspektywy, teoria użyteczności oczekiwanej, ubezpieczenia rolne.

Kody JEL: D01, D81, Q10, Q14.

Introduction

The article refers only to property damage insurance in agriculture, i.e., damage to tangible assets, crop and animal production (Hardaker et al., 2015). The insurance is the main instrument for transferring such risk from agriculture to specialized financial institutions, called insurance companies or insurers, ready to accept the risks for an appropriate remuneration, and after the occurrence of a strictly defined event, to pay the previously agreed compensation. Agricultural insurance, like all other insurance types, has some advantages (relatively quick payment of claims; extended planning period; possibility to purchase additional services; premiums can be tax costs) but also disadvantages (expenditure for insurance can be high and include alternative costs, concluding a contract can be time-consuming and conditioned in many ways, can demotivate to control and prevent risk) (Gleißner, 2017; Rejda & McNamara, 2016). The above characteristics mainly refer to traditional agricultural insurance, which may protect against single or multiple risks. However, there are also index insurance types, also referred to as indices, which can be of weather or group type, but their common principle is that any potential compensation depends on the shape of a specific external parameter, i.e., the index (Weber et al., 2008). As compared to traditional insurance, index insurance is characterized by low or very low administrative and regulatory costs and a low risk of moral hazard

Wstęp

Treść artykułu odnosi się tylko do ubezpieczania szkód majątkowych w rolnictwie, a więc powstałych w składnikach rzeczowych, uprawach i chowie oraz hodowli zwierząt gospodarskich (Hardaker i in., 2015). Ubezpieczenia te są głównym instrumentem transferu takiego ryzyka z rolnictwa do wyspecjalizowanych instytucji finansowych, nazywanych zakładami ubezpieczeniowymi lub krótko: asekuratorami, które gotowe są je przyjąć za odpowiednim wynagrodzeniem, a po wystąpieniu ściśle określonego zdarzenia wypłacić ustalone wcześniej odszkodowanie. Ubezpieczenia rolne, podobnie jak wszystkie inne, mają pewne zalety (względnie szybka wypłata odszkodowań; wydłużenie okresu planowania; możliwość nabycia usług dodatkowych; składki mogą być kosztem podatkowym), ale też i wady (wydatki na nabycie polis mogą być znaczące i mają swój koszt alternatywny; zawarcie umowy może być czasochłonne i wielorako uwarunkowane; mogą demotywować do kontroli i prewencji ryzyka) (Gleißner, 2017; Rejda i McNamara, 2016). Charakterystyka powyższa w głównej mierze odnosi się do tradycyjnych ubezpieczeń rolnych, które mogą chronić przed pojedynczymi ryzykami lub przed wieloma ryzykami. Istnieją jednak jeszcze indeksowe ubezpieczenia, nazywane krótko indeksami, które mogą być pogodowe lub grupowe, ale wspólną ich zasadą jest to, że ewentualne odszkodowania zależą tu od kształtowania się określonego parametru

or lack of it (Mußhoff & Hirschauer, 2011). Unfortunately, indices have a severe disadvantage, which is the base/residual risk. For this reason, they are still very poorly distributed in agriculture. On the other hand, traditional insurance, especially protection against multiple risks, may be purchased by farmers more willingly provided that the purchase is significantly subsidized (Barnett & Machul, 2007; Barnett, 2014). This is because they are expensive, which results from the complexity and volatility of farm risk exposure, usually the need to create and maintain an appropriate infrastructure for distributing them, and from the fact that farmers, at least in the EU, have the possibility to finance property damage from CAP payments and national support (mainly loans and ad hoc disaster aid). It should not be forgotten that the threat caused by the materialization of catastrophic risks, which are very difficult to insure in traditional systems, is constantly growing in agriculture, and our agriculture is dominated by small farms whose owners are usually characterized by low insurance awareness (Wicka, 2014).

The article is a review study. Its main goal is to present the main assumptions of the EUT and PT, and then to show the possibility of their use in agricultural insurance. Following, three research tasks were carried out: 1. The essence of the EUT was characterized; 2. The construction of the first two PT generations was presented; 3. American and Canadian experiences in the field of practical application of both theories in agricultural insurance were analyzed.

The thesis that binds all considerations together is the statement that both of the above-mentioned theories have some advantages, but only partly accurately reflect decisions made by farmers under risk conditions, including the possible purchase of insurance policies. The circumstance also makes it extremely difficult for researchers to choose one of them. This is quite obvious, because both theories are axiomatic concepts, and thus certain idealizations of reality. If predictions formulated on their basis are confronted in experimental studies and observations of the behavior of economic entities with objectively existing facts, various inconsistencies are inevitable. However, this is nothing extraordinary, as axiomatic theories are derived by deduction, but improving them can only take place by comparing them with actual facts (Kuhlmann, 2007; Koester, 2010). It is a never-ending process, and therefore the knowledge will always be transitory.

zewnętrznego, czyli indeksu (Weber i in., 2008). Ubezpieczenia indeksowe w porównaniu z tradycyjnymi odznaczają się niskimi lub bardzo niskimi kosztami administracyjnymi i regulacyjnymi oraz małym zagrożeniem hazardem moralnym/pokusą nadużycia lub całkowitym jego brakiem (Mußhoff i Hirschauer, 2011). Niestety indeksy obciążone są fundamentalną wadą, jaką jest występowanie w nich ryzyka bazowego/resztowego. Z tego powodu są one bardzo słabo jeszcze rozpowszechnione w rolnictwie. Z kolei ubezpieczenia tradycyjne, szczególnie chroniące przed wieloma ryzykami, mogą być chętniej nabywane przez rolników, o ile ich zakup jest znacząco subsydiowany (Barnett i Machul, 2007; Barnett, 2014). Ubezpieczenia tradycyjne są subsydiowane, ponieważ są drogie, co wynika ze złożoności i zmienności ekspozycji na ryzyka gospodarstw rolniczych, z reguły konieczności stworzenia i utrzymania odpowiedniej infrastruktury ich dystrybucji, oraz z faktu, iż rolnicy, przynajmniej w UE, mają możliwości finansowania szkód majątkowych z płatności w ramach WPR oraz wsparcia krajowego (głównie kredyty i pomoc kłękowa *ad hoc*). Nie można też zapominać, że w rolnictwie stale rośnie zagrożenie powodowane przez materializację ryzyk katastroficznych, bardzo trudno ubezpieczalnych w systemach tradycyjnych, a w polskim rolnictwie dominują małe gospodarstwa, których właściciele odznaczają się z reguły niską świadomością ubezpieczeniową (Wicka, 2014).

Prezentowany artykuł jest studium przeglądownym. Jego podstawowy cel stanowi przedstawienie głównych założeń EUT i PT, a następnie pokazanie możliwości ich wykorzystania w ubezpieczeniach rolnych. W ślad za tym zrealizowano trzy zadania badawcze: 1. Scharakteryzowano istotę EUT; 2. Przedstawiono konstrukcję dwóch pierwszych generacji PT; 3. Przeanalizowano doświadczenia amerykańskie i kanadyjskie w zakresie praktycznego stosowania obydwu teorii w ubezpieczeniach rolnych.

Tezę, która jest klamrą spinającą całość rozważań, stanowi konstatacja, że obydwie ww. teorie mają pewne zalety, ale tylko w części precyzyjnie oddają decyzje podejmowane w warunkach ryzyka przez rolników, w tym dotyczące ewentualnego zakupu polis ubezpieczeniowych. Okoliczność ta niepomniernie utrudnia również badaczom wybór jednej z nich. To dosyć oczywiste, gdyż obydwie teorie są koncepcjami aksjomatycznymi, a więc pewnymi idealizacjami rzeczywistości. Jeśli formułowane na ich podstawie predykcje skonfrontuje się w badaniach eksperymentalnych i obserwacjach zachowań podmiotów ekonomicznych z obiektywnie istniejącymi faktami, to nieuchronnie pojawią się rozmaite

Expected Utility Theory

The theory directly refers to neoclassical economics, and thus mainly to the rationality of individuals, being driven by profit maximization (companies) or expected utility (consumers), the existence of complete and accurate information, the consistency of preferences and decision-making based on the rules of Bayesian reasoning (Dhmi, 2016). This also explains well its axiomatic character, precision, and mathematical “elegance,” which is considered to be its strength (Lewandowski, 2017). Rational agents are neutral to the reference point, so they are not interested in the framework of the description of gains and losses. Following, the EUT focuses mainly on risk aversion, and probabilities are linear in it. The issues are presented in great detail by Lewandowski (2017) in the form of implicit assumptions related to the structure of modeling and interpretation. The author believes that the main reason for the popularity of the EUT is its normative nature, which makes it susceptible to experimental verification. However, the author proves that this is a theory that only partly, and under special conditions, explains human decisions burdened with risk and uncertainty.

Axioms and Representation

Based on Dhmi (2016), the general assumptions of the EUT in the von Neumann–Morgenstern (VNM) convention are presented below (Kulawik, 2018).

There is a fixed and finite set of real numbers $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ such that $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$. The above set can be treated as possible levels of wealth/assets of a certain decision maker. L denotes the following simple game, also called a bet or a lottery:

$$L = (x_1, p_1; x_2, p_2; \dots; x_n, p_n),$$

where: p_1, p_2, \dots, p_n , are the probabilities of the outcomes of the game x_1, x_2, \dots, x_n , with $p_i \in [0, 1]$ and $\sum_{i=1}^n p_i = 1$. The notation $(x_i, 1)$ is interpreted as a sure result of the game. In practice, however, simple games can be combined. Such complex lotteries, e.g., L_1 and L_2 , are denoted as $(L_1, p; L_2, 1 - p)$, with $p \in (0, 1)$. “A special case is the game in the form of $(L, p; 0, 1 - p)$, which

niezgodności. Jednakże to nic nadzwyczajnego, bo teorie aksjomatyczne wyprowadza się wprawdzie na drodze dedukcji, ale ich doskonalenie może odbywać się tylko przez porównanie z rzeczywistością występującymi faktami (Kuhlmann, 2007; Koester, 2010). To niekończący się proces, a przez to wiedza w tym zakresie zawsze będzie miała charakter przejściowy.

Teoria użyteczności oczekiwanej

Teoria ta wprost nawiązuje do ekonomii neoklasycznej, a więc głównie do racjonalności jednostek, kierowania się przez nie maksymalizacją zysku (firmy) lub oczekiwanej użyteczności (konsumenci), istnienia pełnej i dokładnej informacji, spójności preferencji oraz podejmowania decyzji na podstawie reguł wnioskowania bayesowskiego (Dhmi, 2016). To też dobrze tłumaczy jej aksjomatyczny charakter, precyzję i „elegancję” matematyczną, co uznaje się za jej silną stronę (Lewandowski, 2017). Racjonalni agenci są neutralni względem punktu referencyjnego, a więc nie interesują ich ramy opisu zysków i strat. W ślad za tym EUT koncentruje się głównie na awersji do ryzyka, a prawdopodobieństwa są w niej liniowe. Kwestie te bardzo szczegółowo przedstawia Lewandowski (2017), ujmując je w postaci założeń ukrytych odnoszących się do struktury modelowania i interpretacji. Autor ten uznaje, iż podstawową przyczyną popularności EUT jest jej normatywny charakter, co czyni ją podatną na weryfikację eksperymentalną. Autor ten jednakże udowadnia, że jest to teoria objaśniająca jedynie w części i to w specjalnych warunkach decyzje ludzkie obciążone ryzykiem i niepewnością.

Aksjomaty i reprezentacja

Korzystając z pracy Dhmi (2016), poniżej przedstawiono ogólne założenia EUT w konwencji von Neumanna–Morgensterna (VNM) (Kulawik, 2018).

Dany jest stały, skończony zbiór liczb rzeczywistych $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, taki, że $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$. Zbiór powyższy można traktować jako możliwe poziomy bogactwa/majątku pewnego decydenta. Przez L oznaczono następującą prostą grę, nazywaną też zakładem lub loterią:

gdzie: p_1, p_2, \dots, p_n są prawdopodobieństwami wystąpienia wyników gry x_1, x_2, \dots, x_n , przy czym $p_i \in [0, 1]$ oraz $\sum_{i=1}^n p_i = 1$. Zapis $(x_i, 1)$ interpretuje się jako wynik pewny gry. W praktyce gry proste jednak można łączyć. Takie złożone loterie, np. L_1 i L_2 , zapisuje się jako $(L_1, p; L_2, 1 - p)$, przy czym $p \in (0, 1)$. „Specjalnym przypadkiem jest wtedy gra o postaci

is also denoted (L, p) . If probability can be determined objectively, i.e. through measurement, it is a case of risk. If, however, probability is estimated subjectively, it is a case of uncertainty. Below, we deal only with game under risk. Dharni denotes it $\mathcal{L}' \subset \mathcal{L}$ " (Kulawik, 2018, p. 42).

There are five axioms in the von Neumann–Morgenstern (VNM) theory that actually reflect player preference relationships. Hence, a specific notation is used, derived from the convention used in the consumer theory when there is no risk or uncertainty (Jehle & Reny, 2011). The following designations of relations between lotteries are assumed:

- a) \succeq "at least as good as"; for the lottery $L_1, L_2 \in \mathcal{L}$ it is $L_2 \succeq L_1$, i.e., "lottery L_2 is at least as good (profitable) as lottery L_1 . In other words, lottery L_2 is "weakly preferred" to lottery L_1 . Notations $L_2 \succeq L_1$ and $L_1 \preceq L_2$ are equivalent;
- b) \succ "preferred to." Strict preferences;
- c) \prec "worse than." Notation $L_2 \succ L_1$ is equivalent to $L_1 \prec L_2$. Strict preferences;
- d) \sim "indifferent to."

Axiom 1: Order. It consists of two conditions:

- a) completeness: for all lotteries L_1, L_2 it is either $L_2 \succeq L_1$ or $L_1 \succeq L_2$;
- b) transitivity: for all lotteries.

$$L_1, L_2, L_3, L_3 \succeq L_2 \text{ and } / i L_2 \succeq L_1 \Rightarrow L_3 \succeq L_1$$

Two more binary relations between lotteries may still be defined by convention as:

- { indifference / objętości: $L_1 \sim L_2 \Leftrightarrow L_2 \succeq L_1 \text{ and } / i L_1 \succeq L_2$
- { strict preference / preferencji ścisłej: $L_2 \succ L_1 \Leftrightarrow$ is not equivalent to / nie jest równoważne z $L_1 \succeq L_2$.

Axiom 2: The best and the worst:

$$x_n \succ x_1 (tj.(x_n, 1) \succ (x_1, 1))$$

Axiom 3: Continuities: for every lottery L there is a probability $p \in [0, 1]$ such that:

$$L \sim (x_1, 1 - p; x_n, p).$$

Axiom 4: Independence: for all lotteries L_1, L_2, L and for all:

$$p \in [0, 1], L_2 \succeq L_1 \Leftrightarrow (L_2, p; 1 - p) \succeq (L_1, p; 1 - p).$$

$(L, p; 0, 1 - p)$, którą oznacza się również przez (L, p) . Jeśli prawdopodobieństwo da się teraz ustalić w sposób obiektywny, a więc w drodze pomiaru, występuje przypadek ryzyka. Gdy natomiast prawdopodobieństwo szacowane jest w sposób subiektywny, to pojawia się sytuacja niepewności. Dalej omówiona zostanie tylko gra w warunkach ryzyka. Dharni (2016) oznacza ją symbolem $\mathcal{L}' \subset \mathcal{L}$ " (Kulawik, 2018, s. 42).

W teorii von Neumanna–Morgensterna (VNM) występuje pięć aksjomatów, które w istocie odzwierciedlają relacje preferencji gracza. Stąd stosuje się tu specyficzną notację, wyprowadzoną konwencji użytej w teorii konsumenta przy braku ryzyka i niepewności (Jehle i Reny, 2011). W ślad za tym przyjmuje się następujące oznaczenia relacji między loteriami:

- a) \succeq „co najmniej tak dobre jak”; dla loterii $L_1, L_2 \in \mathcal{L}$ jest $L_2 \succeq L_1$, tzn. „loteria L_2 jest co najmniej tak dobra (opłacalna) jak loteria L_1 . Inaczej mówiąc, loteria L_2 jest „słabo preferowana” względem loterii L_1 . Zapisy $L_2 \succeq L_1$ oraz $L_1 \preceq L_2$ są przy tym równoważne;
- b) \succ „preferowane względem”. Preferencje ścisłe;
- c) \prec „gorsza niż”. Notacja $L_2 \succ L_1$ jest ekwiwalentna zapisowi $L_1 \prec L_2$. Preferencje ścisłe;
- d) \sim „obojętna/indyferentna względem”.

Aksjomat 1: Porządek. Składa się z dwóch warunków:

- a) kompletności: dla wszystkich loterii L_1, L_2 występuje: $L_2 \succeq L_1$ albo $L_1 \succeq L_2$;
- b) przechodniości: dla wszystkich loterii.

Dwie kolejne relacje binarne (dwuargumentowe) między loteriami mogą być jeszcze zdefiniowane w konwencji jako:

Aksjomat 2: Najlepszy i najgorszy:

Aksjomat 3: Ciągłości: dla każdej loterii L istnieje prawdopodobieństwo $p \in [0, 1]$, takie, że:

Aksjomat 4: Niezależności: dla wszystkich loterii L_1, L_2, L i dla wszystkich:

Axiom 5: Reductions or the law of merging/combining lotteries: so be it $p_1 p_s p \in [0,1]$ and

$$L_1 \sim (x_i, 1-p_1; x_j, p_1) \text{ and } / \text{ i } L_2 \sim (x_i, 1-p_2; x_j, p_2).$$

Then, the result is as follows:

$$\begin{aligned} (L_1, p; L_2, 1-p) &\sim ((x_i, 1-p_1; x_j, p_1), p; (x_i, 1-p_2; x_j, p_2), 1-p) \\ &\sim (x_i, (1-p_1)p + (1-p_2)(1-p); x_j, pp_1 + (1-p)p_2). \end{aligned}$$

The axiom of independence is central to the VNM theory. If lottery L_2 is preferred to L_1 , adding another lottery should not change your preferences. At the same time, this axiom is the subject of the most severe criticism, primarily from economists and behavioral financiers, who undermine it very often and prove that it usually differs from the real conditions of decision-making (Ackert & Deaves, 2012; Döring, 2015; Kunreuther et al., 2013; Rejda & McNamara, 2016).

In total, all five axioms form the axiom of rationality. It follows from it that if the binary relation defined on the set \mathcal{L} is consistent with it, the rational ordering occurs. What is more, if the relation above and the utility function $U: \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{R}$ such that for all $L_1, L_2 \in \mathcal{L}$, $L_2 \geq L_1$ if and only if $U(L_2) \geq U(L_1)$, then U represents \geq and this relation is caused by U . The expected utility function for discrete payoffs x VNM is as follows:

$$U(L) = \sum_{i=1}^n p_i u(x_i)$$

where: x_i – possible lottery result from the set \mathcal{L} ; $u(x_i)$ – real number assigned to result x_i .

“It follows from the above general notation of the VNM function that the agent should prefer growth in the expected utility, so it will be an agent maximising the expected utility. The function itself shows linearity in relation to the probabilities, invariability in relation to the positive affine transformations and depends on the terminal wealth in each state of nature. The last of these, in turn, implies the necessity to divide the domain into the zone of lottery gain and the zone of lottery loss. In the end, the outcome strongly depends on the choice of the analytical form of the above function. The ones that are usually used are the logarithmic, square, exponential and power functions. The ordering of lottery prizes is then very diverse, hence the problems with choosing the adequate decision rule (Moss, 2010; Robison and Barry, 1987)” (Kulawik, 2018, pp. 43–44).

Aksjomat 5: Redukcji lub prawa składania/łączenia loterii: niech będą $p_1 p_s p \in [0,1]$ oraz niech

$$L_1 \sim (x_i, 1-p_1; x_j, p_1) \text{ and } / \text{ i } L_2 \sim (x_i, 1-p_2; x_j, p_2).$$

Wówczas:

$$\begin{aligned} (L_1, p; L_2, 1-p) &\sim ((x_i, 1-p_1; x_j, p_1), p; (x_i, 1-p_2; x_j, p_2), 1-p) \\ &\sim (x_i, (1-p_1)p + (1-p_2)(1-p); x_j, pp_1 + (1-p)p_2). \end{aligned}$$

Aksjomat niezależności jest kluczowy w teorii VNM. Jeśli preferuje się loterię L_2 względem L_1 , to dołączenie kolejnej loterii nie powinno zmienić preferencji. Aksjomat ten jednocześnie jest przedmiotem najostrzejszej krytyki przede wszystkim ze strony ekonomistów i finansistów behawioralnych, którzy podważają go bardzo często i dowodzą, że zazwyczaj odbiega od rzeczywistych warunków podejmowania decyzji (Ackert i Deaves, 2012; Döring, 2015; Kunreuther in., 2013; Rejda i McNamara, 2016).

Łącznie wszystkie pięć ww. aksjomatów tworzą aksjomat racjonalności. Wynika z niego, że jeśli relacja binarna określona na zbiorze \mathcal{L} jest z nim zgodna, to wystąpi racjonalne jego uporządkowanie. Jeśli ponadto relacja powyższa i funkcja użyteczność $U: \mathcal{L} \rightarrow \mathbb{R}$, taka, że dla wszystkich $L_1, L_2 \in \mathcal{L}$, $L_2 \geq L_1$, jeśli i tylko jeśli $U(L_2) \geq U(L_1)$, wówczas U reprezentuje \geq i relacja ta jest wywołana przez U . Można teraz zapisać funkcję użyteczności oczekiwanej dla dyskretnej wypłat x VNM:

gdzie: x_i – możliwy wynik loterii ze zbioru \mathcal{L} ; $u(x_i)$ – liczba rzeczywista przydzielona wynikowi x_i .

„Z podanego wyżej ogólnego zapisu funkcji VNM wynika, że decydent powinien preferować wzrost oczekiwanej użyteczności, a więc będzie podmiotem maksymalizującym użyteczność oczekiwaną. Sama zaś funkcja odznacza się liniowością względem prawdopodobieństw, niezmiennością w odniesieniu do dodatnich transformacji afinicznych i zależy od końcowego majątku w każdym stanie natury. To ostatnie z kolei implikuje konieczność podzielenia dziedziny funkcji na strefę zysków i strat z loterii. W końcu wynik zależy bardzo istotnie od wyboru postaci analitycznej powyższej funkcji. Zazwyczaj korzysta się z funkcji logarytmicznej, kwadratowej, wykładniczej i potęgowej. Uporządkowanie wypłat z loterii jest wówczas bardzo zróżnicowane i w związku z tym pojawiają się problemy z wyborem adekwatnej reguły decyzyjnej (Moss, 2010; Robison i Barry, 1987)” (Kulawik, 2018, s. 44).

For a continuous variable x , the utility function takes the following form:

$$U(L) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x) f(x) dx,$$

where $f(x)$ is a density function x .

Prospect Theory

Criticizing the main assumptions of the EUT in their 1979 publication, Kahneman and Tversky proposed a different approach to modeling human decisions burdened with risk and uncertainty, embedded in the framework of behavioral economics, i.e., a specific combination of psychology and economics. The most distinguishing feature of behavioral economics is that there are no assumptions about human behavior at the outset, as they are full of various cognitive biases. Instead, a researcher should focus on discovering the behaviors in connection with emerging new information and specific decision-making contexts (framing issue). Then it will turn out that heuristics is used more willingly than strict rules due to limited rationality and information processing capabilities as well as cognitive competences. The prospect theory (PT) draws inspiration from various sources and is generally considered to reflect human behavior more accurately than the EUT, but it is much more difficult to construct and apply it in practice. In a purely classification meaning, however, it is one of the possible generalizations of the EUT within the broad approach referred to collectively as “non-expected utility.”

First Generation

The prospect theory (PT) by Kahneman and Tversky, presented for the first time in 1979 and in a modified version in 1992, currently seems to be the most interesting alternative to the standard model. The word “alternative” is a bit of an exaggeration, because in fact this theory is an attempt to generalize the EUT. It is a two-phase, descriptive concept. In the first phase, called editing, there are operations related to the so-called prospects (lotteries, bets): coding, combinations, segregation, deletion, simplification, and identification of dominance. Generally, they are heuristics, i.e., relatively simple procedures for detecting facts and relationships between them, mainly by testing hypotheses.

The second phase consists in evaluating the prospects and selecting the one with the highest value. Its explanation requires reference to a relatively simple formal apparatus. For this purpose, the approach used by Wilkinson and Klaes (2012) will be used. The general value of the prospectus, V , results from

Dla ciągłej zmiennej x funkcja użyteczności ma następującą postać:

przy czym $f(x)$ jest funkcją gęstości x .

Teoria perspektywy

Kahneman i Tversky, krytykując w swej publikacji z 1979 r. główne założenia EUT, zaproponowali inne spojrzenie na modelowanie decyzji ludzkich obciążonych ryzykiem i niepewnością, osadzone w ramach ekonomii behawioralnej, a więc specyficznego połączenia psychologii i ekonomii. Cechą najbardziej wyróżniającą ekonomię behawioralną jest brak na wstępie założeń co do zachowań ludzkich, bo te są pełne różnych błędów poznawczych. Zamiast tego badacz powinien skoncentrować się na odkrywaniu tych zachowań w powiązaniu z pojawiającymi się nowymi informacjami i konkretnymi kontekstami decyzyjnymi (problem *framingu*). Okazuje się wtedy, że bardzo chętnie wykorzystuje się również heurystykę zamiast ścisłych reguł z powodu ograniczonej racjonalności i możliwości przetwarzania informacji oraz kompetencji kognitywnych. Teoria perspektywy (PT) czerpie inspiracje z różnych źródeł i ogólnie uznaje się, że precyzyjniej odzwierciedla zachowania ludzkie niż EUT, ale jest znacznie trudniejsza od strony konstrukcyjnej i w praktycznym stosowaniu. W sensie czysto klasyfikacyjnym jest natomiast ona jedną z możliwych generalizacji EUT w ramach szerokiego podejścia określanego zbiorowym terminem *non-expected utility*.

Pierwsza generacja

Najbardziej interesującą alternatywą dla modelu standardowego wydaje się obecnie teoria perspektywy (ang. *prospect theory*, PT) Kahnemana i Tversky’ego, zaprezentowana po raz pierwszy w 1979 r., a w wersji zmodyfikowanej w 1992 roku. Słowo „alternatywa” jest pewną przesadą, gdyż w istocie teoria ta jest próbą uogólnienia EUT. Jest to koncepcja dwufazowa, deskryptywna. W fazie pierwszej, nazywanej edycją, występują operacje dotyczące tzw. prospektów (loterii, zakładów): kodowania, kombinacji, segregacji, skreślenia, upraszczania i identyfikowania dominacji. Generalnie są to heurystyki, a więc względnie proste procedury wykrywania faktów i związków między nimi, głównie poprzez testowanie hipotez.

Faza druga to ewaluacja prospektów i wybranie spośród nich tego o najwyższej wartości. Jej objaśnienie wymaga odwołania się do stosunkowo prostego aparatu formalnego. W tym celu zostanie wykorzystane ujęcie zastosowane przez Wilkinsona i Klaesa (2012). Ogólna wartość prospektu, V , wynika

two scales: v , assigning to each result x the number $v(x)$, i.e., its subjective value; π , the probability p of the decision weight, i.e., $\pi(p)$, which is the impact of this probability on the total value of the prospectus. The first scale is associated with three categories which are key for the PT: reference points, loss aversion and decreasing marginal sensitivity. In this phase, the standard expected utility function is also reformulated, $u(x) = x^b$, into the following value function:

$$v(x) = \begin{cases} (x - r)^\alpha & \text{if / jeśli } x \geq r \\ -\lambda (r - x)^\beta & \text{if / jeśli } x < r, \end{cases}$$

where: r – reference point, α – coefficient of decreasing marginal sensitivity for gains, β – coefficient of decreasing marginal sensitivity for losses, λ – loss aversion coefficient.

The second phase, weighing the decision, is formally expressed by the following function:

$$\pi(p) = \frac{p^\gamma}{(p^\gamma + (1-p)^\gamma)^{1/\gamma}},$$

where γ denotes the curvature of the utility function.

Cumulative Prospect Theory (CPT)

After some time, it turned out that in the first generation of the PT it is possible to choose stochastically dominated decisions. This automatically undermined its practical usefulness. Quiggin came to the aid of Kahneman and Tversky, who presented his expected utility theory in 1982 depending on the place/ranking of results (RDU) with non-linear weights of cumulative probability distributions. This allowed Kahneman and Tversky to thoroughly modify their view of loss aversion and introduce decision weights, which eventually (in 1992) resulted in the emergence of the second generation PT, also known as the cumulative prospect theory (CPT) (Tversky & Kahneman, 1992). In the CPT, Kahneman and Tversky radically changed the way of reaching decision weights. This solution is approximated below, using the convention proposed by Dhami (Kulawik et al., 2017). It was assumed that there were $m + 1 + n$ different results in total, where m would be losses, n – gains, and 1 is a reference point. Hence, the following a lottery was obtained:

$$L = (\gamma_{-m}, p_{-m}; \gamma_{-m+1}, p_{-m+1}; \dots; \gamma_{-1}, p_{-1}; \gamma_0, p_0; \gamma_1, p_1; \gamma_2, p_2; \dots; \gamma_n, p_n).$$

z dwóch skal: v , przydzielenia każdemu wynikowi x liczby $v(x)$, a więc subiektywnej jego wartości; π , prawdopodobieństwa p wagi decyzyjnej, czyli $\pi(p)$, tzn. wpływu tegoż prawdopodobieństwa na całkowitą wartość prospektu. Ze skalą pierwszą wiążą się trzy kluczowe dla PT kategorie: punkty referencyjne, awersja do strat oraz malejąca wrażliwość krańcowa. W fazie tej następuje także przeformułowanie standardowej funkcji użyteczności oczekiwanej, $u(x) = x^b$, w następującą funkcję wartości:

gdzie: r – punkt referencyjny, α – współczynnik malejącej wrażliwości krańcowej dla zysków, β – współczynnik malejącej wrażliwości krańcowej dla strat, λ – współczynnik awersji do strat.

Fazę drugą, ważenia decyzji, formalnie wyraża poniższa funkcja:

przy czym γ oznacza krzywiznę funkcji użyteczności.

Skumulowana teoria perspektywy (CPT)

Po pewnym czasie okazało się, że w pierwszej generacji PT istnieje możliwość wybierania decyzji stochastycznie zdominowanych. To automatycznie podważało jej praktyczną przydatność. W sukurs Kahnemanowi i Tversky'emu (KT) przyszedł Quiggin, który w 1982 r. zaprezentował swą teorię użyteczności oczekiwanej zależnej od miejsca/rankingu wyników (RDU) z nieliniowymi wagami skumulowanych rozkładów prawdopodobieństw. To pozwoliło Kahnemanowi i Tversky'emu gruntownie zmodyfikować ich spojrzenie na awersję do strat i wprowadzić wagi decyzyjne, co w ostateczności (w 1992 r.) zaowocowało pojawieniem się PT drugiej generacji, nazywanej również skumulowaną PT (*cumulative prospect theory, CPT*) (Tversky i Kahneman, 1992). W CPT Kahneman i Tversky radykalnie zmienili sposób dojścia do wag decyzyjnych. Poniżej przybliżono to rozwiązanie, korzystając z konwencji proponowanej przez Dhamiego (Kulawik i in., 2017). Przyjęto, że występuje ogółem $m + 1 + n$ różnych wyników, przy czym m to będą straty, n – zyski, a 1 jest punktem referencyjnym. Stąd otrzymano taką loterię:

At the same time, the condition concerning probabilities is fulfilled:

$$\sum_{i=-m}^n p_i = 1, p_i \geq 0, i = -m, -m+1, \dots, n.$$

Then a restriction was imposed on the results:

$$y_{-m} < y_{-m+1} < \dots < y_{-1} < y_0 = 0 < y_1 < y_2 < \dots < y_n.$$

Collectively, such a lottery with its two constraints is denoted by \mathcal{L}_p . Now weighing probabilities of results, separately in the gain zone (w^+) and loss zone (w^-), the definition of the decision weights π_i is as follows:

$$\begin{aligned} \pi_n &= w^+(p_n) \\ \pi_{n-1} &= w^+(p_{n-1} + p_n) - w^+(p_n) \\ \pi_i &= w^+\left(\sum_{j=1}^n p_j\right) - w^+\left(\sum_{j=i+1}^n p_j\right) \\ \pi_1 &= w^+\left(\sum_{j=p_j}^n\right) - w^+\left(\sum_{j=2}^n p_j\right) \\ \pi_{-m} &= w^-(p_{-m}) \\ \pi_{-m+1} &= w^-(p_{-m} + p_{-m+1}) - w^-(p_{-m}) \\ \pi_{-j} &= w^-\left(\sum_{i=-m}^{-j} p_i\right) - w^-\left(\sum_{i=-m}^{-j-1} p_i\right) \\ \pi_{-1} &= w^-\left(\sum_{i=-m}^{-1} p_i\right) - w^-\left(\sum_{i=-m}^{-2} p_i\right). \end{aligned}$$

The utility of the lottery value function $L \in L_p$ is given by the formula:

$$V(L) = \sum_{i=-m}^n \pi_i v(\gamma_i).$$

It should be added that if all the results are in the gain or loss zone, decision weights add up to one. However, the reverse is not the case.

Examples of the Use of the EUT and PT in Modeling Farmers' Insurance Decisions

Goodwin and Smith (1995) provide a very good introduction to the issue of using the EUT to model farmers' insurance decisions. The starting point of the two American economists is an agent who has s possible outcomes at their disposal and wants to maximize their expected utility given by the following formula:

$$\sum_{s=1}^S \pi_s u(x_s),$$

where: π_s – probability of obtaining the s result; x_s – expected value of the s result; $u(\cdot)$ – general notation of the utility function.

Przy czym spełniony jest warunek dotyczący prawdopodobieństw:

Następnie nałożono jeszcze restrykcję na wyniki:

Łącznie taką loterię wraz z towarzyszącymi jej dwoma ograniczeniami określono symbolem \mathcal{L}_p . Ważąc teraz prawdopodobieństwa wyników, oddzielnie w strefie zysków (w^+) oraz w strefie strat (w^-), dochodzi się do definicji wag decyzyjnych π_i :

Użyteczność zaś funkcji wartości loterii $L \in L_p$ dana jest wzorem:

Trzeba jeszcze dodać, że jeśli wszystkie wyniki znajdują się w strefie zysków lub strat, to wagi decyzyjne sumują się do jedności. W sytuacji odwrotnej nie zachodzi to jednak.

Przykłady zastosowania EUT i PT w modelowaniu decyzji ubezpieczeniowych rolników

Bardzo dobrym wprowadzeniem do problemu zastosowania EUT do modelowania decyzji ubezpieczeniowych rolników jest praca Goodwina i Smitha (1995). Punktem wyjścia tej dwójki ekonomistów amerykańskich jest agent, który ma do dyspozycji s możliwych wyników i chce zmaksymalizować swoją oczekiwaną użyteczność daną poniższym wzorem:

gdzie: π_s – prawdopodobieństwo uzyskania s -tego wyniku; x_s – oczekiwana wartość s -tego wyniku; $u(\cdot)$ – ogólny zapis funkcji użyteczności.

As can be seen, the agent strives to maximize the weighted expected utility, where the weights are probabilities. It should also be clarified that, by convention, the agent is assumed to be risk averse, so the utility function is concave (Kulawik, 2018). Furthermore, it means that they may be more likely to purchase insurance cover than a risk taker or a risk neutral person. In order for the insurer to decide to buy an insurance policy, it should be profitable for them and the insurance premium should be determined in an actuarial manner. The latter condition will occur when the premium rate (percentage of the sum insured) is equal to the probability that the insurer will have to pay the agreed compensation to the agent (Czarny, 2006). Another approach to an actuarially fair premium, also called “fair value” or in insurance jargon “pure premium” or “risk-only premium,” is one in which it is assumed that it will be equal to the expected compensation (Zweifel et al., 2021).

It should be clearly noted that the relationships presented above are theoretical, and therefore highly idealized. In fact, insurance companies use their own rules for risk evaluation and calculation and tariffication of insurance rates and premiums, as well as the optimization of entire insurance contracts (Kulawik, 2020). On the other hand, potential policy buyers have their own expectations and specific operating conditions, as well as the so-called insurance history. The final conditions for acquiring protection are therefore a result of a complex matching of demand and supply in a specific phase of the economic situation on the insurance market.

An agent, e.g., a farmer, considering the possibility of buying insurance, is confronted with two uncertain situations:

- $w_1 = W$, i.e., no loss,
- $w_2 = W - L$, thus bearing a loss.

At the same time, W means the agent’s assets, L – the loss incurred, and π – exogenously determined probability of loss. An insurance contract, on the other hand, contains a premium α and provides for the payment of amount L when the agreed insured event occurs. Assuming that the insurer is risk-neutral, which is almost universally assumed, their gain will be zero, which implies that we are then dealing with a competitive market. The premium charged is then actuarially fair, which is expressed in the following formula:

$$\alpha = \pi L .$$

Jak widać, agent dąży do maksymalizacji ważonej użyteczności oczekiwanej, gdzie wagami są prawdopodobieństwa π . Trzeba jeszcze wyjaśnić, że zgodnie z dominującą konwencją założono, iż agent cechuje się awersją do ryzyka, a więc jego funkcja użyteczności jest wklęsła (Kulawik, 2018). Oznacza to dalej, że bardziej może być on skłonny nabyć ochronę ubezpieczeniową niż ryzykant albo osoba neutralnie nastawiona do ryzyka. Aby asekurant zdecydował się kupić ubezpieczenie, powinno mu się to opłacać oraz składka ubezpieczeniowa powinna być ustalona w sposób uczciwy aktuarialnie. Ten ostatni warunek zajdzie, gdy stopa składki (procent w stosunku do sumy ubezpieczeniowej) będzie równa prawdopodobieństwu, że ubezpieczyciel wypłaci agentowi uzgodnione odszkodowanie (Czarny, 2006). Inne ujęcie uczciwej aktuarialnie składki (*fair premium*), nazywanej także „wartością uczciwą” albo w żargonie ubezpieczeniowym „składką czystą” lub „składką uwzględniającą tylko ryzyko”, to to, w którym przyjmuje się, że będzie ona równa oczekiwanemu odszkodowaniu (Zweifel i in., 2021).

Trzeba wyraźnie zaznaczyć, że przedstawione powyżej zależności mają charakter teoretyczny, a więc mocno wyidealizowany. W rzeczywistości zakłady ubezpieczeniowe stosują własne zasady wyceny ryzyka i kalkulowania oraz taryfikacji stawek i składek ubezpieczeniowych oraz optymalizacji całych kontraktów ubezpieczeniowych (Kulawik, 2020). Z kolei potencjalni nabywcy polis mają swoje oczekiwania i specyficzne warunki funkcjonowania oraz tzw. historię ubezpieczeniową. Ostateczne warunki nabycia ochrony są zatem wynikiem złożonego dopasowywania się popytu i podaży w określonej fazie koniunktury na rynku ubezpieczeniowym.

Agent, np. rolnik, rozważając ewentualność zakupu ubezpieczenia, konfrontowany jest z dwiema niepewnymi sytuacjami:

- $w_1 = W$, czyli nieponoszeniem straty oraz
- $w_2 = W - L$, a więc odnotowaniem straty.

Przy tym W oznacza stan majątku agenta, L – poniesioną stratę oraz π – egzogenicznie zdeterminowane prawdopodobieństwo jej wystąpienia. Kontrakt ubezpieczeniowy zawiera natomiast składkę α i przewiduje wypłacanie kwoty L , gdy wystąpi uzgodnione zdarzenie ubezpieczeniowe. Przy założeniu, że ubezpieczyciel jest neutralny wobec ryzyka, a tak przyjmuje się niemal powszechnie, jego zysk wyniesie zero, co implikuje, że mamy wtedy do czynienia z rynkiem konkurencyjnym. Naliczana składka ma wtedy charakter sprawiedliwy aktuarialnie, co wyraża następująca formuła:

If instead of the monetary amount of the premium (α), it is expressed as a percentage, q , (dimensionless or per physical unit of the subject of insurance), i.e., as a premium rate, and z is the amount of insurance coverage acquired (e.g., area expressed in hectares or livestock unit, or a sum insured in monetary terms), the insurer's zero-gain condition is as follows:

$$q = \pi,$$

and thus the first way of expressing an actuarially fair premium occurs.

The agent's decision problem now comes down to choosing the z parameter to maximize utility (Kulawik, 2018):

$$\max[(1 - \pi)U(w_1) + \pi U(w_2)]$$

where: U denotes a utility operator, with the following restrictions:

$$w_1 = W - qz$$

$$w_2 = W - L + z - qz.$$

The first-order condition for the existence of a maximum can be written as:

$$(1 - \pi)qU'(W - qz) = \pi(1 - q)U'(W - L + z - qz).$$

If the premium is actuarially fair ($q = \pi$), one can get:

$$U'(W - qz) = U'(W - L + z - qz),$$

where: U' denotes the first derivative.

It follows from the above that the optimal amount of insurance cover purchased (z) should equal the expected loss (L). In practice, premiums that are actuarially unjust prevail and insurers want to gain (Kulawik, 2018).

The above considerations can be summarized graphically (Figure 1). The starting point here is the zero wealth of the agent, where wealth W in the state w_1 is equal to wealth $W - L$ in the state w_2 . A risk-averse agent or hedger may, however, seek insurance coverage with a slope of $(1 - \pi)/\pi$, moving along the fair game line, i.e., one in which the player's gains are on average equal to zero (expected value, EV , equals zero) or you have to pay for participation in it as much as its expected value. As can be seen, the optimal point is point A . In the insurance literature, the fair play line is also called the insurance line or the transformation line, which transfers assets from situation w_1 to w_2 . In Figure 1 there is also

Jeśli teraz zamiast kwoty pieniężnej składki (α) wyrazi się ją w ujęciu procentowym, q (bezwymiarowo albo na jednostkę fizyczną przedmiotu ubezpieczenia), czyli jako stopę składki, a z będzie wielkością nabytej ochrony ubezpieczeniowej (np. powierzchnia w ha lub sztuka inwentarza, albo w postaci określonej pieniężnie sumy ubezpieczeniowej), to warunek zerowego zysku ubezpieczyciela zapisuje się jako:

występuje więc tym samym pierwszy ze sposobów wyrażenia składki sprawiedliwej aktuarialnie.

Problem decyzyjny agenta sprowadza się teraz do wyboru parametru z , który ma zmaksymalizować jego użyteczność (Kulawik, 2018):

gdzie: U oznacza operatora użyteczności, przy ograniczeniach:

Warunek pierwszego rzędu istnienia maksimum można zapisać jako:

Jeśli składka jest sprawiedliwa aktuarialnie ($q = \pi$), można otrzymać:

gdzie: U' oznacza pierwszą pochodną.

Z powyższego wynika, że optymalna wielkość nabytej ochrony ubezpieczeniowej (z) powinna się równać oczekiwanej stracie (L). W praktyce dominują składki niesprawiedliwe aktuarialnie i ubezpieczyciele chcą jednak osiągać jakieś zyski (Kulawik, 2018).

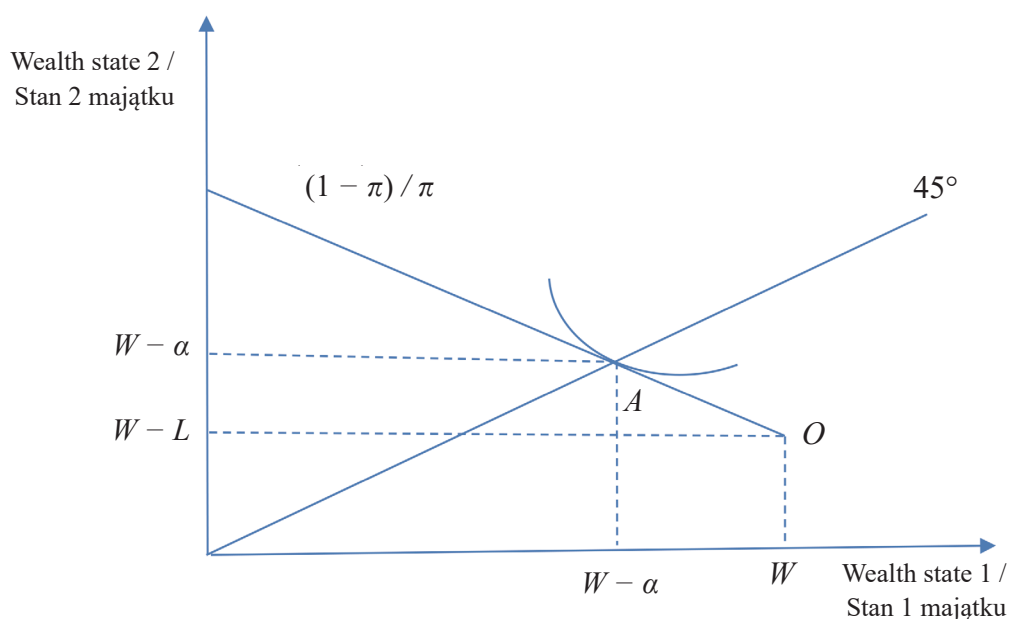
Rozważania te można podsumować w sposób graficzny (rys. 1). Punktem wyjścia jest tu zerowy majątek agenta, gdzie majątek W w stanie w_1 jest równy majątkowi $W - L$ w stanie w_2 . Agent z awersją do ryzyka, czyli asekurant, może jednak poszukiwać ochrony ubezpieczeniowej o nachyleniu: $(1 - \pi)/\pi$, poruszając się wzdłuż linii gry sprawiedliwej, czyli takiej, w której zyski grającego są przeciętnie równe zero (wartość oczekiwana, EV , równa się zero) albo za udział w niej trzeba zapłacić tyle, ile wynosi jej wartość oczekiwana. Inaczej mówiąc, jest to gra, w której wartości oczekiwane poszczególnych graczy są takie same. Jak widać, punktem optymalnym jest punkt A . W literaturze ubezpieczeniowej linią gry

a 45° line. It is the so-called line of certainty where situation w_1 is identical to situation w_2 . It denotes a case of risk neutrality (Kulawik, 2018).

sprawdliwej nazywa się także linią ubezpieczenia albo linią transformacji, które transferuje majątek z sytuacji w_1 do w_2 . Na rysunku 1 występuje jeszcze linia 45°. Jest to tzw. linia pewności, w której sytuacja w_1 jest identyczna z sytuacją w_2 . Oznacza ona przypadek neutralności wobec ryzyka (Kulawik, 2018).

Figure 1. Optimal insurance purchases in a competitive market

Rysunek 1. Optymalna wielkość nabycia ochrony ubezpieczeniowej na rynku konkurencyjnym



See text for definition of variables / Oznaczenia pozostałe znajdują się w tekście.

Source: Goodwin and Smith (1995).

Źródło: Goodwin i Smith (1995).

The issue of the proper selection of the reference point is the main reason for the so far low dissemination of the prospect theory to explain the mechanisms of decision and insurance demand. It is usually the initial assets of an entity, unless there is a loss. However, the decision to buy an insurance policy is then determined entirely by finding oneself in the loss zone, as then the entity, according to the prospect theory, is characterized by risk seeking. Outweighing low probabilities of loss/damage occurrence, risk aversion for improbable losses may occur as a consequence. Moreover, such prospect theory cannot reasonably explain the demand for small risk insurance.

Babcock (2015) used the second version of the prospect theory, focusing on explaining the reasons for the very frequent phenomenon that farmers actually buy less insurance coverage than the optimal level suggested by the expected utility model. To do this, he used three representative farms from Nebraska, Kansas, and Texas, and data for three crops (grain maize, wheat, and cotton) from 2009.

Główną przyczyną małego dotychczas rozpo-
wszechnienia się teorii perspektywy do objaśniania
mechanizmów decyzji i popytu ubezpieczeniowego
jest problem właściwego wyboru punktu referen-
cyjnego. Zazwyczaj jest nim majątek początkowy
jednostki, o ile nie wystąpi strata. Decyzja o zakupie
polisy determinowana jest jednak wtedy całkowicie
przez znalezienie się właśnie w strefie strat, bo
wówczas jednostka, zgodnie z teorią perspektywy,
odznacza się poszukiwaniem ryzyka. Przeważając
małe prawdopodobieństwa wystąpienia strat/szkód,
w konsekwencji może zdarzyć się awersja ryzyka
dla strat nieprawdopodobnych. Ponadto taka teoria
perspektywy nie jest w stanie sensownie wyjaśnić
popytu na ubezpieczanie małych ryzyk.

Babcock (2015) zastosował drugą wersję teorii per-
spektywy, koncentrując się na wyjaśnieniu przyczyn
bardzo częstego zjawiska, że rolnicy w rzeczywistości
kupują mniejszą ochronę ubezpieczeniową niż poziom
optymalny, sugerowany przez model użyteczności
oczekiwanej. W tym celu posłużył się trzema repre-
zentatywnymi farmami z Nebraski, Kansas i Teksasu

It turned out that the PT's predictive abilities were most strongly determined by loss aversion and the choice of the reference point. The latter was shown in three variants. It is also extremely important to recognize the purpose of purchasing insurance by the farmer. When it is treated as an instrument of comprehensive farm risk management, the optimal solution, i.e., the level of insurance coverage maximizing net compensation (adjusted for premiums paid from own funds by the farmer), suggested by the PT, was not in line with the actual choices of agricultural producers. On the other hand, if a policy becomes an independent investment, i.e., the profitability of its purchase was calculated individually, and not as a component of the entire portfolio of risk management instruments, and if the compensation is perceived as lower than its price, farmers feel a loss, but optimal protection derived from the PT most often confirmed their actual choices. Everywhere, however, subsidizing the insurance premium resulted in an increase in the real and theoretically optimal level of crop protection. In Babcock's study (2015), the PT, on average, turned out to be a tool more consistent with farmers' insurance decisions than the expected utility theory.

Using the assumptions of the EUT and PT of the second generation, Cao et al. (2020) decided to explain the reasons for the decreasing interest of Canadian farmers in the income insurance offered to them as the AgriStability program. In 2003, 75% of authorized producers participated in it, but a decade later only half of the number. In the next part, therefore, the formal approach used by Cao et al. (2020) is first introduced, starting with the expected utility theory.

A farmer's participation in the market/insurance program assumes that they strive to maximize the expected utility of gains π_t , which are a random variable dependent on unknown states of nature θ described by the density function $g(\theta)$. Hence, the expected utility of withdrawal or non-participation in the market/program can be written as follows:

$$EU_w(\pi_t) = \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} U[\pi_t(\theta)]g(\theta)d\theta,$$

while staying/entering is given by the following formula:

$$EU_p(\pi_t) = \int_{\theta_{\min}}^{\theta} U[\pi_t(\theta) + P(\theta) - F]g(\theta)d\theta + \int_{\theta}^{\theta_{\max}} v[\pi_t(\theta) - F]g(\theta)d\theta,$$

oraz danymi dla trzech roślin (kukurydza na ziarno, pszenica i bawełna) z 2009 roku. Okazało się, że zdolności predykcyjne PT najmocniej determinowane były przez awersję do strat oraz wybór punktu referencyjnego. Ten ostatni pokazany został w trzech wariantach. Niezmiernie ważną sprawą jest ponadto rozpoznanie celu nabycia przez farmera ubezpieczenia. Gdy traktowane jest ono jako instrument całościowego zarządzania ryzykiem farmy, rozwiązanie optymalne, tzn. poziom ochrony ubezpieczeniowej maksymalizujący odszkodowanie netto (oczyszczone o zapłacone składki z własnych środków przez rolnika), sugerowane przez PT, nie było zgodne z rzeczywistymi wyborami producentów rolnych. Jeśli natomiast polisa staje się samodzielną inwestycją, tzn. opłacalność jej nabycia kalkulowana była indywidualnie, a nie jako składnik całego portfela instrumentów zarządzania ryzykiem, i jeśli odszkodowanie postrzegane jest jako niższe od jej ceny, farmerzy odczuwali wprawdzie stratę, ale ochrona optymalna wyprowadzona z PT najczęściej potwierdzała faktyczne ich wybory. Wszędzie natomiast subsydiowanie składki ubezpieczeniowej prowadziło do wzrostu rzeczywistego i teoretycznie optymalnego poziomu ochrony upraw. W badaniu Babcocka (2015) PT, przeciętnie biorąc, okazała się narzędziem bardziej zgodnym z decyzjami ubezpieczeniowymi rolników niż teoria użyteczności oczekiwanej.

Korzystając z założeń EUT oraz PT drugiej generacji, Cao i in. (2020) postanowili wyjaśnić przyczyny malejącego zainteresowania farmerów kanadyjskich oferowanym im ubezpieczeniem dochodów w postaci programu AgriStability. Jeszcze w 2003 r. uczestniczyło w nim 75% uprawnionych producentów, ale dekadę później już tylko połowa. W kolejnej części przybliżono zatem najpierw podejście formalne zastosowane przez Cao i in. (2020), zaczynając od teorii użyteczności oczekiwanej.

Udział rolnika w rynku/programie ubezpieczeniowym zakłada, że dąży on do maksymalizacji użyteczności oczekiwanej zysków π_t , które są zmienną losową zależną od nieznanymi stanów natury θ opisanych za pomocą funkcji gęstości $g(\theta)$. Stąd użyteczność oczekiwaną wycofania się lub nieuczestniczenia w rynku/programie zapisać można w następujący sposób:

natomiast pozostania/wejścia dana jest wzorem kolejnym:

where: $P(\theta)$ – compensation or similar payment received; F – insurance premium and administration fee; θ^* – a state of nature determined by the insurer or a public institution, as in the case of AgriStability, for a given year, activating the receipt of compensation. If $EU_P - EU_W > 0$, it makes sense to continue insurance or participate in a government program. When the difference is less than zero, the farmer should rather resign from extending the contract or not enroll in the program.

In the PT, more than the absolute size of the result, it is its change relative to some reference point/system or initial wealth that is of interest, as people are usually more sensitive to property losses than to gains, or to the final state of possession. Following the loss aversion in the PT, it is also assumed that losses are felt more than gains of equal size. In other words, people react more strongly to smaller gains and losses than to larger ones. Cao et al. (2020) derive their formal approach to the PT by modifying the proposal of DellaVigna. It was therefore assumed that an entity values a lottery $(x, p; y, 1 - p)$ as $w(p) v(x - r) + w(1 - p) v(y - r)$, where y is the value function defined as based on the difference between the reference point r and $w(p)$, i.e., the probability weighting function, predominating small values and underweighting large ones. The entity maximization problem is presented below:

$$\sum_{i=1}^I b^i(x^i | x)$$

where the value function takes the following form:

$$v(x_i | r) = \begin{cases} x - r & \text{if / jeśli } x \geq r \\ \lambda(x - r) & \text{if / jeśli } x < r \end{cases}$$

where λ is loss aversion greater than unity.

Turning now to specifying the conditions for farmers' resignations from AgriStability, Cao et al. (2020) first provide a reference point, which is the income from the previous year $f(\pi_t, \pi_{t-1})$. A withdrawing farmer therefore maximizes the expected value of the value function:

$$EV_W(\pi_t | \pi_{t-1}) = \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} u[\pi_t(\theta) + f(\pi_t(\theta) - \pi_{t-1})] g(\theta) d\theta$$

where: EV denotes expected value and

$$f(\pi_t(\theta) - \pi_{t-1}) = \begin{cases} a(\pi_t - \pi_{t-1}) & \text{if/ jeśli } \pi_t \geq \pi_{t-1}, \\ b(\pi_t - \pi_{t-1}) & \text{if/ jeśli } \pi_t < \pi_{t-1}, \end{cases}$$

gdzie: $P(\theta)$ – otrzymane odszkodowanie lub podobna płatność; F – składka ubezpieczeniowa i opłata administracyjna; θ^* – stan natury ustalony przez ubezpieczyciela lub instytucję publiczną, jak w przypadku AgriStability, dla danego roku, aktywujący otrzymanie odszkodowania. Jeśli teraz $EU_P - EU_W > 0$, to jest sens kontynuować ubezpieczenie lub uczestniczyć w programie rządowym. Gdy różnica ta jest mniejsza od zera, rolnik powinien raczej zrezygnować z prolongaty kontraktu lub nie zapisywać się do programu.

W PT bardziej niż absolutna wielkość wyniku interesuje jego zmiana względem jakiegoś punktu/układu referencyjnego lub początkowego majątku, gdyż ludzie zazwyczaj są wrażliwsi na straty majątkowe niż na zyski albo na końcowy stan posiadania. W ślad za awersją do strat w PT przyjmuje się ponadto, że straty odczuwa się bardziej niż równe co do wielkości zyski. Inaczej to wyrażając, można powiedzieć, że ludzie reagują silniej na mniejsze zyski i straty niż na większe. Cao i in. (2020) swe ujęcie formalne PT wyprowadzają na drodze modyfikacji propozycji DellaVigny. Przyjęto zatem, że jednostka loterię $(x, p; y, 1 - p)$ wycenia jako $w(p) v(x - r) + w(1 - p) v(y - r)$, gdzie y oznacza funkcję wartości zdefiniowaną na różnicy między punktem referencyjnym r , a $w(p)$, czyli funkcję ważenia prawdopodobieństw, przeważającą małe ich wartości, a niedoważającą duże. Poniżej zapisano problem maksymalizacji jednostki:

gdzie funkcja wartości ma poniższą postać:

przy czym λ jest awersją do strat, większą od jedności.

Przechodząc teraz do sprecyzowania warunków rezygnacji farmera w AgriStability, Cao i in. (2020) podają na wstępie punkt referencyjny, którym jest dochód z roku ubiegłego $f(\pi_t, \pi_{t-1})$. Farmer wycofujący się maksymalizuje wobec tego wartość oczekiwaną funkcji wartości:

gdzie: EV oznacza funkcję wartości oraz

where b is a loss aversion, such that $b > a > 0$, which is to reflect the fact of attaching more importance to losses than to gains.

In the case of continuing participation in AgriStability, there is a much more extensive problem of maximizing for the agricultural producer:

$$EV_p(\pi_t | \pi_{t-1}) = \int_{\theta_{\min}}^{\theta} v[\pi_t(\theta) + f(\pi_t(\theta) - \pi_{t-1}) + P(\theta) - F]g(\theta)d\theta + \int_{\theta}^{\theta_{\max}} v[\pi_t(\theta) + f(\pi_t(\theta) - \pi_{t-1}) - bF]g(\theta)d\theta.$$

If $EV_p - E_w > 0$ further participation in the program should be considered. In the opposite situation, the most rational option will be to withdraw from it.

The empirical part of the analysis carried out by Cao et al. (2020) was based on 28,390 observations from 6,183 beef farms between 2003 and 2013 to show which of the two strategies was used by farmers participating in AgriStability:

1. investment, and thus oriented towards obtaining government subsidies;
2. supporting risk management, i.e., striving to reduce business risk.

Cao et al. (2020) used two versions of the conditional probability model of farmer withdrawal from AgriStability. In the first, explanatory variables included: margin from year $t - 1$, margin increase and decrease in $t - 1$, compensation/payment in $t - 2$, no payment in $t - 2$ and control variables (sector concentration, diversification index, type of farm, ad hoc aid targeted at the beef sector and agriculture as a whole). This version was used to test the expected utility theory and two PT variants. The second version differed only in that instead of the increase and decrease of the margin, the variable “margin difference in $t - 1$ ” was used. It was used to estimate the third variant of the PT. Panel logistic regression with fixed effects was used to estimate all four empirical models. The EUT-based model was adopted as a benchmark. The main conclusions are presented below.

1. In the benchmark model, the margin from the last year reduced the probability of withdrawing from the program. This is due to the overlapping of the income effect, i.e., higher income means greater opportunities to pay this year’s administrative fee and the investment effect, i.e., the appearance of the following sequence of dependencies: higher income → higher reference margin → higher coverage → higher probability of receiving compensation. When the latter increased in $t - 2$, the probability of leaving AgriStability decreased. It must be surprising, however, that staying in

przy czym b jest awersją do strat, taką, że $b > a > 0$, co ma oddać fakt przywiązywania większej wagi do strat niż zysków.

W przypadku kontynuacji uczestnictwa w AgriStability występuje znacznie bardziej rozbudowany problem maksymalizacyjny producenta rolnego:

Jeśli $EV_p - E_w > 0$, powinno się rozważyć dalsze uczestnictwo w programie. W sytuacji przeciwnej opcją najbardziej racjonalną będzie wycofanie się z niego.

Część empiryczna analizy Cao i in. (2020) bazowała na 28 390 obserwacjach z 6183 farm z sektora wołowiny pochodzących z lat 2003–2013, które miały pokazać, jaką z dwóch strategii stosowali rolnicy uczestniczący w AgriStability:

1. inwestycyjną, a więc zorientowaną na pozyskanie subsydiów rządowych;
2. wspierającą zarządzanie ryzykiem, tj. dążącą do zredukowania ryzyka biznesowego.

Cao i in. (2020) zastosowali dwie wersje modelu warunkowego prawdopodobieństwa wycofania się rolnika z AgriStability. W pierwszym jako zmienne objaśniające znalazły się: marża z roku $t - 1$, wzrost i spadek marży w $t - 1$, odszkodowanie/płatność w $t - 2$, brak płatności w $t - 2$ oraz zmienne kontrolne (koncentracja sektora, indeks dywersyfikacji, typ farmy, pomoc *ad hoc* kierowana tylko do sektora wołowiny i całego rolnictwa). Wersja ta służyła do testowania teorii użyteczności oczekiwanej oraz dwóch wariantów PT. Wersja druga różniła się tylko tym, że zamiast przyrostu i spadku marży zastosowano zmienną „różnica marży w $t - 1$ ”. Posłużyła ona do oszacowania trzeciego wariantu PT. Do estymacji wszystkich czterech modeli empirycznych posłużono się panelową regresją logistyczną z efektami stałymi. Model bazujący na EUT przyjęty był przy tym jako *benchmark*. Poniżej przedstawiono główne wnioski.

1. W modelu benchmarkowym marża z ubiegłego roku redukowała prawdopodobieństwo opuszczenia programu. Wynika to z nakładania się efektu dochodowego, tzn. wyższe dochody oznaczają większe możliwości uiszczenia tegorocznej opłaty administracyjnej oraz efektu inwestycyjnego, tj. pojawienia się następującego ciągu zależności: wyższe dochody → wyższa marża referencyjna → wyższe pokrycie ochroną → wyższe prawdopodobieństwo otrzymania odszkodowania. Gdy te ostatnie rosły w $t - 2$, malało prawdopodobieństwo wyjścia z AgriStability. Zaskakiwać

it also resulted from no compensation in $t - 2$. However, as payments decreased, the likelihood of leaving the program increased.

2. In the first version of the PT, it was shown that the probability of staying in AgriStability increased when last year's changes in the margin clearly increased and decreased. The greater the decrease in income (margin) in the previous year, the greater also the desire to protect it in the future. The development of the F (statistics) test showed that the impact of increases and decreases in margins on the dependent variable (probability of withdrawing from AgriStability) was more or less equal. It means that the risk reduction strategy prevailed over the investment strategy. In the second version of the PT, an additional explanatory variable was used: "no compensation in $t - 2$ ". Intuitively, this increased the likelihood of leaving the program. Finally, in the third version of the PT, decreases and increases are replaced by their balance, which is supposed to reflect the fluctuations of income. Again, following intuition, the variable significantly reduced the probability of resignation from participation in AgriStability. However, farms with an increase in income last year were more likely to leave the program than those with a decrease in income.
3. The second version of the PT was the subject of the analysis of the robustness of the logistic regression estimates. In general, it turned out that the gain-loss concept of margin/income is a very stable framework for analyzing the decision to leave AgriStability. It was also found that a higher concentration of the beef sector increased the likelihood of program withdrawal. On the other hand, the diversification of farms and their specialization (fattening or mixed type) had the opposite effect. However, the correlation between ad hoc aid and participation, i.e., the complementary nature between it and the decision to remain in AgriStability, may be surprising. The part of the analysis focused on the response of farms of various sizes was interesting. In general, it was found that smaller farms are more sensitive to the history of receiving compensation, while the decisions: to leave or to stay on large farms are more determined by their own income.
4. The analytical and gain-loss diagram is a useful tool for modeling dynamic insurance decisions. However, you should be aware that the history of claims/payments contained therein is subject to the so-called gambler's fallacy. This term is used in mathematical logic and decision theory.

może natomiast to, że pozostanie w nim wynikało również z braku odszkodowania w $t - 2$. Jednak im płatności takie malały, rosło prawdopodobieństwo opuszczenia programu.

2. W pierwszej wersji PT wykazano, że w AgriStability rosło prawdopodobieństwo pozostania, gdy ubiegłoroczne zmiany marży wyraźnie rosły i malały. Ponadto im większy był spadek dochodu (marży) w roku ubiegłym, tym rosła chęć jego chronienia w przyszłości. Z kształtowania się testu (statystyki) F wynikało przy tym, że wpływ wzrostów i spadków marż na zmienną zależną (prawdopodobieństwo wycofania się z AgriStability) był mniej więcej równy. Oznacza to, że przeważała strategia redukcji ryzyka nad strategią inwestycyjną. W wersji drugiej PT operowano dodatkową zmienną objaśniającą „brak odszkodowania w $t - 2$ ”. Zgodnie z intuicją zwiększało to prawdopodobieństwo opuszczenia programu. Wreszcie w wersji trzeciej PT spadki i wzrosty zastąpiono ich saldem, które ma odzwierciedlać fluktuacje dochodu. Znowu zgodnie z intuicją zmienna ta istotnie redukowała prawdopodobieństwo rezygnacji z uczestnictwa w AgriStability. Jednakże farmy, w których w ubiegłym roku wzrosły dochody, chętniej opuszczały program niż te, które wykazywały uszczuplenia dochodów.
3. Przedmiotem analizy odporności oszacowań regresji logistycznej była druga wersja PT. Okazało się generalnie, że koncepcja zyski-straty marży/dochodu jest bardzo stabilnym schematem analizy decyzji wyjścia z AgriStability. Ponadto uzyskano, że wyższa koncentracja sektora wołowiny zwiększała prawdopodobieństwo tegoż wyjścia. Przeciwnie oddziaływała natomiast dywersyfikacja farm i ich ukierunkowanie (opas albo mieszany typ). Może natomiast zaskakiwać korelacja między pomocą *ad hoc* a uczestnictwem, tj. komplementarny charakter między nią a decyzją o pozostawaniu w AgriStability. Interesująco wypadła część analizy skoncentrowana na reakcji farm różnej wielkości. Ogólnie otrzymano, że farmy mniejsze są bardziej wrażliwe na historię otrzymywania odszkodowań, natomiast decyzje: wyjść czy pozostać w farmach dużych bardziej determinowane są przez kształtowanie się ich dochodów własnych.
4. Schemat analityczny i objaśniający zyski-straty to użyteczne narzędzie modelowania dynamicznych decyzji ubezpieczeniowych. Trzeba mieć jednak świadomość, że zawarta w nim historia odszkodowań/płatności narażona jest na tzw. iluzję/

Cao et al. (2020) understand it as a situation in which individuals falsely believe that past payments (the occurrence of negative events) are a good predictor that in the future they would be shaped by almost the same mechanism, when the present probabilities of obtaining them are independent over time.

Cao et al. (2020) themselves admit that their analysis has three limitations. Firstly, the set of explanatory variables did not include any characteristics of the moment of receiving compensation, even though it can be a source of frustration and uncertainty for farmers if they have to wait up to two years for it (Antón et al., 2011; Ker et al., 2017). What is more, there are different reporting requirements and a declining level of protection coverage in AgriStability for 2013–2018. Demotivating farmers to diversify production as an instrument of risk reduction is a separate issue. Secondly, the choice of the reference point is still far from unambiguous and a consensus. Thirdly, there are many other confounders that could be included in the set of decision and explanatory variables in empirical models.

A very interesting application of the second-generation prospect theory, the PT2, against the background of the EUT, is also presented by Luckstead and Devadoss (2019). The subject of their research is the construction of a model by means of which it is possible to simulate the optimal level of coverage in individual income insurance of a representative farm for the state of Kansas, specialized in the cultivation of winter wheat in dry areas, in conjunction with two product programs and an integral franchise purchase instrument burdening farmers. The above-mentioned programs were introduced as part of the Farm Bill 2014. The first, the Price Loss Coverage (PLC), is designed to protect the prices farmers receive. It is activated when the actual prices fall below a predetermined level. The second, the Agriculture Risk Coverage (ARC), is an instrument to support agricultural income. There are two variants of it: the ARC-CO, in which county revenues are the point of reference; the ARC-IC, where the benchmark is the income in a specific farm. The ARC payment is due if actual revenue, calculated as the Olympic average over the past five years, which is derived by excluding outliers, falls below 0.86 of the guaranteed revenue, also calculated as the Olympic average. An additional condition here is to check how the above difference relates to 0.1 of the guaranteed income. When it is lower, the payment is equal to it. A closer analysis shows that the ARC protects revenues in the range of 76–86% of guaranteed revenues. However, farmers can choose either the PLC or the ARC. On the other

złudzenie hazardzisty (ang. *gambler's fallacy*). Termin ten stosowany jest w logice matematycznej oraz teorii podejmowania decyzji. Cao i in. (2020) rozumieją go jako sytuację, w której jednostki fałszywie wierzą, że przeszłe płatności (wystąpienie negatywnych zdarzeń) stanowią dobry predyktor, że w przyszłości kształtować będzie je prawie taki sam mechanizm, gdy obecne prawdopodobieństwa ich uzyskania będą niezależne w czasie.

Cao i in. (2020) sami przyznają, że ich analiza ma trzy ograniczenia. Po pierwsze, w zbiorze zmiennych objaśniających nie znalazły się żadne charakterystyki momentu otrzymania odszkodowań, choć może być źródłem frustracji i niepewności dla rolników, jeśli muszą na nie czekać nawet dwa lata (Antón i in., 2011; Ker i in., 2017). Do tego dochodzą różne wymogi związane z raportowaniem i malejący poziom pokrycia ochroną w AgriStability na lata 2013–2018. Oddzielnym zagadnieniem jest demotywowanie rolników do dywersyfikacji produkcji jako instrumentu redukcji ryzyka. Po drugie, wybór punktu referencyjnego jest wciąż daleki od jednoznaczności i konsensusu. Po trzecie, istnieje jeszcze wiele innych czynników zakłócających, które można by umieścić w zbiorze zmiennych decyzyjnych i objaśniających w modelach empirycznych.

Bardzo interesujące zastosowanie teorii perspektywy drugiej generacji, PT2, na tle teorii użyteczności oczekiwanej EUT, prezentują również Luckstead i Devadoss (2019). Przedmiotem ich badań jest skonstruowanie modelu, za pomocą którego można symulować optymalny poziom pokrycia w ubezpieczeniu indywidualnym przychodu reprezentatywnej farmy dla stanu Kansas, wyspecjalizowanej w uprawie pszenicy ozimej na terenach suchych, w połączeniu z dwoma programami produktowymi oraz z instrumentem wykupu franszyzy integralnej obciążającej farmerów. Programy te produktowe zostały wprowadzone w ramach Farm Bill 2014. Pierwszy, *Price Loss Coverage (PLC)*, ma chronić ceny otrzymywane przez farmerów. Jest on aktywowany, gdy ceny rzeczywiste spadną poniżej wcześniej ustalonego poziomu. Drugi, *Agriculture Risk Coverage (ARC)*, jest instrumentem wspierania przychodów rolniczych. Istnieją przy tym dwa jego warianty: ARC-CO, w którym punktem odniesienia są przychody z hrabstw; ARC-IC, gdzie *benchmark* stanowią przychody w konkretnym gospodarstwie. Płatność w ARC przysługuje, jeśli przychód rzeczywisty, obliczany jako średnia olimpijska z pięciu ubiegłych lat, która powstaje przez odrzucenie wartości skrajnych, spada poniżej 0,86 przychodu gwarantowanego, również liczonego jako średnia olimpijska. Dodatkowym warunkiem jest tu

hand, the purchase of an integral franchise, the Supplemental Coverage Option (SCO), is treated as a tool to insure minor losses, exceeding the level of coverage of 85% in the case of income insurance. It should be added that the SCO is determined on the basis of county data. It must be clarified right away that the purchase of the franchise is not full, as it cannot exceed 86% of its value.

Luckstead and Devadoss (2019) for each of the four analyzed instruments present formulas for calculating payments/compensation, their expected values and, where reasonable, also correct actuarial premiums and net benefits. For illustrative purposes, they are presented below only for income insurance.

It was assumed that a representative farm is confronted with uncertainty as to prices and yields. Hence, the market yield per acre and the expected yield will be equal:

$$\tilde{R}(\tilde{\omega}, \tilde{\varepsilon}_f) = \tilde{p}\tilde{y},$$

$$ER = \iint \tilde{R}(\tilde{\omega}, \tilde{\varepsilon}_f) dG_{\varepsilon_c}(\omega, \varepsilon_f),$$

where: $\tilde{p} = p + \tilde{\omega}$ – random market price equal to the average price p and the random component $\tilde{\omega}$; $\tilde{y} = y + \varepsilon_f$ – random yield as the sum of the average yield y and the random component ε_f ; $G(\omega, \varepsilon, \varepsilon_f)$ – combined distribution function $G_{\varepsilon_c}(\omega, \varepsilon_f)$ – boundary distributions of market prices and yields.

The compensation $\tilde{R}P_i$ will be calculated per acre as follows:

$$\tilde{R}P_i(\alpha; \tilde{\omega}, \tilde{\varepsilon}_f) = \max\left[0, \max(p, p^F)\alpha y^A - \tilde{p}\tilde{y}\right],$$

where: p^F – price in a futures contract; α – level of coverage equal to 50 to 85% of the guaranteed income; y^A – yield resulting from historical data.

Following this, it is now possible to record an actuarially correct/fair insurance premium θ^{RP} :

$$\theta^{RP}(\alpha) = \iint \tilde{R}P_i dG_{\varepsilon_c}(\omega, \varepsilon_f),$$

where: $G_{\varepsilon_c}(\omega, \varepsilon_f)$ – boundary distributions of prices and yields.

$$PRP(\alpha; \tilde{\omega}, \tilde{\varepsilon}_f) = \tilde{R}P_i - (1 - \sigma^{RP}(\alpha))\theta^{RP}.$$

sprawdzenie, jak różnica powyższa ma się do 0,1 przychodu gwarantowanego. Gdy jest ona niższa, to płatność jest jej równa. Po dokładniejszej analizie widać, że ARC chroni przychody w przedziale 76–86% przychodów gwarantowanych. Farmerzy mogą jednak wybierać: albo PLC, albo ARC. Z kolei wykup franszyzy integralnej, *Supplemental Coverage Option (SCO)*, traktowany jest jako narzędzie ubezpieczenia drobnych strat, przekraczających poziom pokrycia 85% w przypadku ubezpieczenia przychodów. Należy dodać, że SCO ustalana jest na bazie danych z hrabstw. Od razu trzeba wyjaśnić, że wykup franszyzy nie jest pełny, gdyż nie może przekraczać 86% jej wartości.

Luckstead i Devadoss (2019) dla każdego z czterech analizowanych instrumentów przedstawiają formuły obliczania płatności/odszkodowania, ich wartości oczekiwanych i tam, gdzie to jest sensowne, również składek poprawnych aktuarialnie i korzyści netto. W celach ilustracyjnych poniżej zaprezentowano je tylko dla ubezpieczeń przychodów.

Przyjęto, że reprezentatywna farma konfrontowana jest z niepewnością co do cen, jak i plonów. Stąd przychód rynkowy na akr oraz przychód oczekiwany będą równe:

gdzie: $\tilde{p} = p + \tilde{\omega}$ – losowa cena rynkowa równa cenie średniej p oraz składnikowi losowemu $\tilde{\omega}$; $\tilde{y} = y + \varepsilon_f$ – losowy plon jako suma plonu średniego y oraz składnika losowego ε_f ; $G(\omega, \varepsilon, \varepsilon_f)$ – połączona dystrybucja; $G_{\varepsilon_c}(\omega, \varepsilon_f)$ – brzegowe rozkłady cen rynkowych i plonów.

Odszkodowanie $\tilde{R}P_i$ na akr obliczono w poniższy sposób:

gdzie p^F – cena w kontrakcie futures; α – poziom pokrycia równy od 50 do 85% przychodu gwarantowanego; y^A – plon wynikający z danych historycznych.

W ślad za tym można teraz zapisać składkę ubezpieczeniową poprawną/sprawiedliwą aktuarialnie θ^{RP} :

gdzie: $G_{\varepsilon_c}(\omega, \varepsilon_f)$ – rozkłady brzegowe cen i plonów.

Using $\sigma^{RP}(\alpha)$ to denote the government subsidy to the insurance premium, the net benefits of PRP insurance can be determined as follows:

Since this article has already presented the formal side of the PT2, the following part is limited to commenting on the selection of reference points. Generally, they will be the expected values of the four risk management instruments and their combinations. Luckstead and Devadoss (2019) also model three scenarios:

1. The reference point is the expected value of market revenue plus an insurance subsidy or expected government payment. This is a scenario of treating insurance as a classic risk management tool.
2. The same strategy of the classic risk management tool, in which the reference point is the expected revenue.
3. A scenario where insurance is a stand-alone investment. This time, the reference point was the subsidized premium and expected payments from PLC, ARC, and SCO.

Luckstead and Devadoss (2019) consider four combinations of instruments: revenue insurance only; insurance as above + ARC; insurance as above + PLC; insurance as above + PLC + SCO.

The table below presents the method of calculating the reference point and the value function for gains and losses, but only for revenue insurance.

Oznaczając przez $\sigma^{RP}(\alpha)$ subsyduium rządowe do składki ubezpieczeniowej, można określić korzyści netto z ubezpieczenia PRP:

Ponieważ w artykule tym przedstawiono już stronę formalną PT2, w dalszej części ograniczono się tylko do skomentowania wyboru punktów referencyjnych. Generalnie będą to wartości oczekiwane czterech instrumentów zarządzania ryzykiem oraz ich kombinacji. Dodatkowo Luckstead i Devadoss (2019) modelują trzy scenariusze:

1. Punktem referencyjnym jest wartość oczekiwana przychodu rynkowego powiększona o subsyduium ubezpieczeniowe lub oczekiwaną płatność rządową. To scenariusz traktowania ubezpieczeń jako klasycznego narzędzia zarządzania ryzykiem.
2. Również identyczna strategia klasycznego narzędzia zarządzania ryzykiem, w której punktem referencyjnym jest przychód oczekiwany.
3. Scenariusz, w którym ubezpieczenie jest samodzielną inwestycją. Tym razem punktem referencyjnym stały się subsydiowana składka oraz oczekiwane płatności z PLC, ARC i SCO.

Luckstead i Devadoss (2019) rozważają cztery kombinacje instrumentów: tylko ubezpieczenie przychodów; ubezpieczenie jw. + ARC; ubezpieczenie jw. + PLC; ubezpieczenia jw. + PLC + SCO.

W poniższej tabeli przedstawiono sposób wyliczenia punktu referencyjnego oraz funkcji wartości dla zysków i strat, ale jedynie dla ubezpieczenia przychodów.

Table 1. Table 1. Reference points and gain and loss value functions for revenue insurance

Tabela 1. Punkty referencyjne i funkcje wartości zysków i strat dla ubezpieczenia przychodów

Insurance as a strategy / Ubezpieczenie jako strategia:	Reference point / Punkt referencyjny	Value function / Funkcja wartości
Risk management / Zarządzanie ryzykiem	$\Gamma_{RP}^1 = ER + (1 - \sigma^{RP}(\alpha))\theta^{RP}(\alpha)$	$x_i = \tilde{R} + \tilde{R}P_i - \Gamma_{RP}^1$
Risk management / Zarządzanie ryzykiem	$\Gamma = ER$	$x_i = \tilde{R} + \tilde{R}P_i - \Gamma_{RP}^2$
Investment / Inwestycyjna	$\Gamma_{RP}^3 = (1 - \sigma^{RP}(\alpha))\theta^{RP}(\alpha)$	$x_i = \tilde{R}P_i - \Gamma_{RP}^3$

Source: author's own elaboration based on: Luckstead and Devadoss (2019).

Źródło: opracowanie własne na podstawie: Luckstead i Devadoss (2019).

Luckstead and Devadoss (2019) then performed 5,000 Monte Carlo simulations and a sensitivity analysis of the results. A brief summary is provided below.

1. When revenue insurance was treated as a stand-alone investment, the PT2 more precisely reflected the actual decisions than the expected utility

Następnie Luckstead i Devadoss (2019) wykonali 5000 symulacji Monte Carlo oraz analizę wrażliwości uzyskanych wyników. Poniżej przedstawiono krótkie podsumowanie.

1. Gdy ubezpieczenia przychodów traktowano jako samodzielną inwestycję, PT2 precyzyjniej odzwierciedlała rzeczywiste decyzje niż teoria

theory for optimal coverage equal to 70% of the guaranteed income. Combining the insurance with the ARC or PLC optimal coverage increased up to 75%. However, the combination of insurance plus the PLC and the SCO again reduced the optimum to 70%. It should be clarified that most farmers have just chosen a coverage in the range of 70–75%. Broadly speaking, it means that if insurance is included in the portfolio of risk management instruments, the predictive capacity of the PT2 and the EUT in terms of actual decisions is similar.

2. The SCO is a source of basis risk as it refers to the results from counties, and they can be radically different from the results achieved by individual farms. Thus, it can be concluded that the SCO will reduce the optimal coverage in insuring revenue.
3. Producers with greater/smaller loss aversion will choose lower/higher coverage. Changes in the curvature parameter of the value function do not affect the choice of coverage. However, if the probabilities in the decision weights approach unity, the value of revenue insurance for a farmer decreases.

Conclusions

The normative nature of the EUT, implying its high ease of laboratory verification and the possibility of observing real decisions as well as formal rigor, made it the dominant tool for modeling people's behavior in conditions of risk and uncertainty. Nevertheless, the confrontation of its assumptions and predictions with reality showed that it fails in many situations. Psychology of decision-making and behavioral economics proved it most spectacularly, which resulted in the construction of the prospect theory (PT) by Kahneman and Tversky in 1979. As expected, the PT also had some weaknesses, in which the choice of reference points and the selection of decision weights still occupy a central place.

Applying the PT for modeling traditional and index agricultural insurance appeared as late as around the middle of the second decade of the current century. It shows how complex and demanding this tool is in its practical implementations. Researchers, including those from outside agriculture, are confronted here primarily with the above-mentioned selection of appropriate reference points and decision weights. The PT was generally found to reflect farmers' risk attitudes more accurately than the EUT, but both theories resulted in different levels of optimal insurance coverage. The PT, due to its certain

użyteczności oczekiwanej dla pokrycia optymalnego równego 70% przychodu gwarantowanego. Połączenie tego ubezpieczenia z ARC lub PLC optymalne pokrycie zwiększało do 75%. Jednak kombinacja ubezpieczenie plus PLC i SCO ponownie redukowała optimum do 70%. Należy wyjaśnić, że większość farmerów właśnie wybrała pokrycie w przedziale 70–75%. Oznacza to w szerszym planie, że w przypadku włączenia ubezpieczeń do portfela instrumentów zarządzania ryzykiem zdolność predykcyjna PT2 oraz EUT w zakresie faktycznych decyzji jest zbliżona.

2. SCO jest źródłem ryzyka bazowego, gdyż odwołuje się do wyników z hrabstw, a te mogą diametralnie się różnić od rezultatów osiąganych przez pojedyncze farmy. Należy z tego wnioskować, że SCO będzie obniżało optymalne pokrycie w ubezpieczaniu przychodów.
3. Producenci z większą/mniejszą awersją do strat wybierać będą niższe/wyższe pokrycia. Zmiany parametru krzywizny funkcji wartości nie wpływają na wybór pokrycia. Jeśli natomiast prawdopodobieństwa w wagach decyzyjnych zbliżają się do jedności, wartość ubezpieczenia przychodów dla rolnika maleje.

Wnioski

Normatywny charakter EUT, implikujący jej wysoką łatwość weryfikacji laboratoryjnej oraz możliwość prowadzenia obserwacji rzeczywistych decyzji, a także rygorizm formalny, uczyniły ją dominującym narzędziem modelowania zachowań ludzi w warunkach ryzyka i niepewności. Jednakże konfrontacja jej założeń i predykcji z rzeczywistością pokazała, że zawodzi ona w wielu sytuacjach. W sposób najbardziej spektakularny udowodniły to psychologia podejmowania decyzji oraz ekonomia behawioralna, co zaowocowało skonstruowaniem teorii perspektywy (PT), autorstwa Kahnemana i Tversky'ego w 1979 roku. Jak było do przewidzenia, PT także odznaczała się pewnymi słabościami, w których centralne miejsce wciąż zajmuje wybór punktów referencyjnych i dobranie wag decyzyjnych.

Zastosowania PT do modelowania tradycyjnych i indeksowych ubezpieczeń rolnych pojawiły się dopiero mniej więcej w połowie drugiej dekady obecnego stulecia. To pokazuje, jak złożone i wymagające jest to narzędzie w praktycznych jego wdrożeniach. Badacze, także ci spoza rolnictwa, konfrontowani są tu przede wszystkim z ww. wyborem właściwych punktów referencyjnych oraz wag decyzyjnych. Na ogół otrzymano, że PT precyzyjniej niż EUT odzwierciedla nastawienia rolników do ryzyka, ale

oversensitivity of the loss aversion parameter, may be conducive to overinsurance. It is also extremely important that the results varied greatly depending on whether farmers treated insurance as an integral component of their risk management system or as a stand-alone investment. In such circumstances, researchers usually use the EUT and the PT simultaneously, considering the former as a benchmark. As for the PT, the CPT is commonly dominant. Last but not least, the researchers also suggest that a system for measuring farmers' attitudes to risk, gain, and loss should first be designed, and then carefully monitored and improved. This is especially important for insurance. However, it should be made clear that both theories cannot adequately explain the overall low insurance demand.

obydwie te teorie prowadziły do różnych poziomów optymalnego pokrycia ochroną ubezpieczeniową. Teoria perspektywy przez swoją pewną nadwrażliwość parametru awersji do strat może przy tym sprzyjać nadubezpieczeniom. Rzeczą niezmiernie ważną jest także to, że otrzymywane wyniki bardzo się różniły w zależności od tego, czy ubezpieczenie traktowane było przez rolników jako integralny składnik ich systemu zarządzania ryzykiem, czy też jako samodzielna inwestycja. W tych to okolicznościach badacze zazwyczaj równocześnie stosują EUT i PT, uważając tą pierwszą za *benchmark*. Jeśli chodzi o samą PT, to powszechnie dominuje CPT. Co nie mniej ważne, badacze uczulają także, żeby najpierw zaprojektować system pomiaru nastawień rolników do ryzyka, zysków i strat, a potem go starannie monitorować i doskonalić. Jest to szczególnie ważne w przypadku ubezpieczeń subsydiowanych. Należy jednak jasno podkreślić, że obydwie teorie nie są w stanie dostatecznie wyjaśnić ogólnie niskiego popytu ubezpieczeniowego.

References

- Ackert, L.F., & Deaves, R. (2012). *Understanding Behavioral Finance*. Cengage.
- Antón, J., Kimura, S., & Martini, R. (2011). *Risk Management in Agriculture in Canada*. OECD Food, Agriculture and Fisheries Papers, 40. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/5kgj0d6189wg-en>
- Babcock, B.A. (2015). Using Cumulative Prospect Theory to Explain Anomalous Crop Insurance Coverage Choice. *American Journal of Agricultural Economics*, 97(5), 1371–1384. <https://doi.org/10.1093/ajae/aav032>
- Barnett, B. (2014). Multiple-Peril Crop Insurance: Successes and Challenges. *Agricultural Finance Review*, 74(2), 200–216. <https://doi.org/10.1108/AFR-11-2013-0040>
- Barnett, B., & Mahul, O. (2007). Weather Index Insurance for Agriculture and Rural Areas in Lower-Income Countries. *American Journal of Agricultural Economics*, 89(5), 1241–1247.
- Cao, Y.J., Weersink, A., & Ferner, E. (2020). A Risk Management Tool or an Investment Strategy? Understanding the Unstable Farm Insurance Demand via Gain-Loss Framework. *Agricultural and Resource Economics Review*, 49(3), 410–436. <https://doi.org/10.1017/age.2019.15>
- Czarny, E. (2006). *Mikroekonomia*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne.
- Dhami, S. (2016). *The Foundations of Behavioral Economic Analysis*. Oxford University Press.
- Döring T. (2015). *Öffentliche Finanzen und Verhaltensökonomik: Zur Psychologie der budgetwirksamen Staatstätigkeit*. Springer Gabler.
- Gleißner, W. (2017). *Grundlagen des Risikomanagements: Mit fundierten Informationen zu besseren Entscheidungen* (3. vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage). Verlag Franz Vahlen.
- Goodwin, B.K., & Smith, V.H. (1995). *The Economics of Crop Insurance and Disaster Aid*. AEI Press.
- Gorzela, A., Herda-Kopańska, J., Kulawik, J., Osuch, D., Pawłowski, A., Pawłowska-Tyszko, J., Skarżyńska, A., & Soliwoda, M. (2017). *Ocena funkcjonowania ustawy z dnia 7 lipca 2005 r. o ubezpieczeniach upraw i zwierząt gospodarskich*. IERiGŻ PIB.
- Hardaker, J.B., Lien, G., Anderson, J.R., & Huirne, R. (2015). *Coping with Risk in Agriculture* (3rd Edition, Applied Decision Analysis). CABI Publishing.
- Jehle, G.A., & Reny, P.J. (2011). *Advanced Microeconomic Theory* (3rd Edition). Pearson.
- Kahneman, D., & Tversky, A. (1979). Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk. *Econometrica*, 47(2), 263–291.
- Ker, A.P., Barnett, B., Jacques, D., & Tolhurst, T. (2017). Canadian Business Risk Management: Private Firms, Crown Corporations, and Public Institutions. *Canadian Journal of Agricultural Economics*, 65(4), 591–612. <https://doi.org/10.1111/cjag.12144>
- Koester U. (2010). *Grundzüge der Landwirtschaftlichen Marktlehre* (4. Auflage). Vahlen.
- Kuhlmann, F. (2007). *Betriebslehre der Agrar- und Ernährungswirtschaft* (3., überarbeitete und erweiterte Auflage). DLG-Verlag.
- Kulawik J. (2018). Neoklasyczne podejście do tradycyjnych ubezpieczeń gospodarczych – wstęp do teorii ubezpieczeń rolnych. *Zagadnienia Ekonomiki Rolnej / Problems of Agricultural Economics*, 354(1), 39–55. <https://doi.org/10.30858/zer/89614>
- Kulawik, J. (2020). *Teoretyczne podstawy ubezpieczeń szkód majątkowych w rolnictwie*. IERiGŻ PIB.
- Kunreuther, H.C., Pauly, M.V., & McMorro, S. (2013). *Insurance and Behavioral Economics: Improving Decisions in the Most Misunderstood Industry*. Cambridge University Press.
- Lewandowski, M. (2017). Prospect Theory versus Expected Utility Theory: Assumptions, Predictions, Intuition and Modelling of Risk Attitudes. *Central European Journal of Economic Modelling and Econometrics*, 4, 275–321. <https://doi.org/10.24425/cejeme.2017.122213>
- Luckstead, J., & Devadoss, S. (2019), Implications of Commodity Programs and Crop Insurance Policies for Wheat Producers. *Journal of Agricultural and Applied Economics*, 51(2), 267–285. <https://doi.org/10.1017/aae.2018.32>
- Moss, C.B. (2010). *Risk, Uncertainty and the Agricultural Firm*. World Scientific Publishing. <https://doi.org/10.1142/7469>
- Mußhoff, O., & Hirschauer, N. (2011). *Modernes Agrarmanagement: Betriebswirtschaftliche Analyse- und Planungsverfahren* (2., überarbeitete und erweiterte Auflage). Verlag Franz Vahlen.
- Quiggin J. (1982). A Theory of Anticipated Utility. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 3, 323–343.
- Rejda, G.E., & McNamara, M. (2016). *Principles of Risk Management and Insurance* (13th Edition). Pearson.
- Robison, L.J., & Barry, P.J. (1987). *The Competitive Firm's Response to Risk*. Macmillan Publishing.

- Tversky, A., & Kahneman, D. (1992). Advances in Prospect Theory: Cumulative Representation of Uncertainty. *Journal of Risk and Uncertainty*, 5(4), 297–323.
- Weber, R., Kraus, T., Mußhoff, O., Odening, M., & Rust, I. (2008). Risikomanagement mit indexbasierten Wetterversicherungen: Bedarfsgerechte Ausgestaltung und Zahlungsbereitschaft. In: *Risikomanagement in der Landwirtschaft* (9–52). Landwirtschaftlichen Rentenbank, Band 23.
- Wicka, A. (2014). Ubezpieczenia rolne jako metoda zarządzania ryzykiem w opinii rolników. *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia*, 67, 255–264. <http://wneiz.pl/frfu/numery/rok2014/frfu-nr-67-2014/5032-ubezpieczenia-rolne-jako-metoda-zarzadzania-ryzykiem-w-opinii-rolnikow>
- Wilkinson, N., & Klaes, M. (2012). *An Introduction to Behavioral Economics* (2nd Edition). Palgrave Macmillan.
- Zweifel, P., Eisen, R., & Eckles, D.L. (2021). *Insurance Economics* (2nd Edition). Springer.

Submission date / Data nadesłania: 28.11.2022

Final review date / Data ostatniej recenzji: 4.01.2023

Acceptance date / Data akceptacji: 2.03.2023

© 2023 Kulawik, J. This is an open access article licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)



Autorskie prawa osobiste: Kulawik, J. (2023). Niniejszy artykuł został opublikowany w otwartym dostępie na licencji Creative Commons Attribution 4.0 International License (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

